

**Univerzita Komenského v Bratislave**  
**Fakulta matematiky, fyziky a informatiky**

**Interaktívna výuková webová aplikácia na  
riešenie úloh o pravdepodobnosti**

**Bakalárska práca**

**Univerzita Komenského v Bratislave**  
**Fakulta matematiky, fyziky a informatiky**

**Interaktívna výuková webová aplikácia na  
riešenie úloh o pravdepodobnosti**

**Bakalárska práca**

Študijný program: Aplikovaná informatika  
Študijný odbor: 2511 Aplikovaná informatika  
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej informatiky  
Školiteľ: Mgr. Pavel Petrovič, PhD.

**Bratislava 2016**

**Zuzana Majeríková**



Univerzita Komenského v Bratislave  
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

## ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

**Meno a priezvisko študenta:** Zuzana Majeríková  
**Študijný program:** aplikovaná informatika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)  
**Študijný odbor:** 9.2.9. aplikovaná informatika  
**Typ záverečnej práce:** bakalárska  
**Jazyk záverečnej práce:** slovenský  
**Sekundárny jazyk:** anglický

**Názov:** Interaktívna výuková webová aplikácia na riešenie úloh o pravdepodobnosti  
*Interactive Educational Application for Solving Tasks on Probability*

**Cieľ:** Úlohou je vytvoriť sprievodnú webovú aplikáciu k publikácii "O pravdepodobnosti", ktorá vyšla v sérii príručiek Školy mladých matematikov. Aplikácia má poskytovať interaktívne prostredie, v ktorom používateľ skladaním elementárnych krokov rieši jednotlivé úlohy a tým objavuje princípy a poznatky ako sú prezentované v publikácii konštruktivistickým spôsobom. Úlohou bakalárskeho študenta je dôkladne pochopiť a analyzovať problematiku v zvolenej publikácii, vybrať vhodné príklady a spôsoby ich prezentovania a interaktívneho riešenia vo webovej aplikácii a dotiahnuť implementáciu aj po vizuálnej stránke do hotového použiteľného výsledku, ktorý má oblasť pravdepodobnosti študentom s nadšením pre matematiku na stredných školách urobiť prístupnejšou.

**Literatúra:** B.Riečan, Z.Riečanová: O pravdepodobnosti, ŠMM, Mladá fronta, 1976.  
Monika Švaralová: Výukový program demonštrujúci matematický princíp, bakalárska práca, FMFI UK, 2015.

**Kľúčové slová:** educational application, web application, mathematics, probability

**Vedúci:** Mgr. Pavel Petrovič, PhD.  
**Katedra:** FMFI.KAI - Katedra aplikovanej informatiky  
**Vedúci katedry:** prof. Ing. Igor Farkaš, Dr.  
**Dátum zadania:** 01.10.2015

**Dátum schválenia:** 28.10.2015

doc. RNDr. Damas Gruska, PhD.  
garant študijného programu

  
študent

  
vedúci práce

## **Čestné vyhlásenie**

Čestne prehlasujem, že som túto bakalársku prácu vypracovala samostatne s použitím uvedených zdrojov.

V Bratislave

.....

## **Pod'akovanie**

Ďakujem predovšetkým môjmu školiteľovi Mgr. Pavlovi Petrovičovi, PhD. za všetky jeho rady, čas, ktorý mi venoval a pomoc pri tvorení celej práce.

# Abstrakt

Bakalárska práca je zameraná na návrh a implementáciu webovej aplikácie k publikácii O pravdepodobnosti, ktorá vyšla v zbierke príručiek Školy mladých matematikov [1]. Webová aplikácia poskytuje používateľovi interaktívne prostredie, ktoré mu umožňuje riešiť rôzne príklady zamerané na pravdepodobnosť. Aplikácia bude zároveň používateľovi pomáhať pochopiť celú problematiku a pomocou elementárnych krokov sa dostať k správnejmu výsledku. Príklady použité vo webovej aplikácii sú dôkladne zvolené z príkladov nachádzajúcich sa v publikácii.

**Kľúčové slová:** *webová aplikácia, pravdepodobnosť, edukačný program*

# Abstract

Bachelor thesis is focused on the design and the implementation of the web application based on publication „About probability“ that was published in the collection of guides School for Young Mathematicians [1]. The web application provides the user interactive scene, that allows him to solve various examples focused on probability. Application is supposed to help the user to understand basics about probability and to build an ability of solving problem in a few steps. Every exercise implemented in web application is very properly chosen from the scale of exercises placed in the publication.

**Key words:** *web application, probability, educational software*

# Obsah

1	Úvod.....	1
2	Východiská .....	3
2.1	Prehľad teórie .....	3
2.1.1	Škola mladých matematikov – O pravdepodobnosti .....	3
2.1.2	Pravdepodobnosť .....	4
2.1.3	Tvorba výukového programu.....	5
2.2	Predchádzajúce práce .....	6
2.2.1	Výukový program demonštrujúci matematický princíp .....	6
2.2.2	Výukový program demonštrujúci fyzikálny princíp.....	7
2.3	Existujúce podobné systémy .....	8
2.3.1	Math Interactives .....	8
2.3.2	Khan Academy .....	9
2.3.3	IXL learning.....	10
2.3.4	MathIsFun .....	11
2.4	Prehľad technológií .....	11
2.4.1	Bootstrap .....	12
2.4.2	JavaScript.....	12
2.4.3	jQuery .....	12
2.4.4	Google Identity Platform .....	13
2.4.5	math.js.....	13
2.4.6	MySQL .....	13
3	Špecifikácia požiadaviek .....	14
3.1	Teória .....	15
3.2	Príklady .....	16
3.3	Triedy .....	18
3.4	Prihlásenie do aplikácie.....	19
4	Návrh .....	20
4.1	Typy používateľov .....	20
4.2	Analýza technológií .....	20
4.3	Používateľské rozhranie .....	21
4.3.2	Teória .....	22
4.3.3	Príklady .....	24



4.3.4	Prihlásenie do aplikácie .....	29
4.3.5	Triedy.....	30
4.2	Návrh dátového modelu .....	31
4.4.1	Tabuľka používateľa .....	32
4.4.1	Tabuľka príklady .....	32
4.4.1	Tabuľka triedy .....	33
4.4.1	Tabuľka ziaci .....	33
5	Implementácia.....	35
5.1	Implementácia tried cez node.js .....	35
6	Testovanie .....	37
7	Záver .....	38
	Zdroje.....	40
	Príloha.....	42

# 1 Úvod

V dnešnej dobe sa na školách okrem bežných vyučujúcich metód začína objavovať vo veľkom množstve aj výučba pomocou edukačných aplikácií. Takáto výučba ponúka študentom interaktívne sa vzdelávať a samostatne objavovať správne riešenia. Ak študent na riešenie úlohy príde sám odskúšaním si rôznych prípadov, toto riešenie si lepšie zapamätá ako keby ho len videl na papieri. Veľa takýchto edukačných aplikácií je tvorených pre web, čo umožňuje ľahkú prístupnosť z akéhokoľvek zariadenia, ktoré má prístup na internet, bez nutnosti inštalácie alebo sťahovania.

Edukačné aplikácie sú taktiež často zamerané na výučbu matematiky. Matematika je často abstraktná a je niekedy veľmi ťažké si predstaviť a pochopiť celú problematiku len s použitím papiera. Práve toto uľahčujú edukačné aplikácie. Tie dokážu vizuálne doplniť príklad a jeho riešenie.

K zaujímavým témam z matematiky patrí pravdepodobnosť. Z množstva edukačných aplikácií zameraných na matematiku sa veľmi málo z nich primárne sústreďuje na túto tému. Práve z tohto dôvodu som si vybrala spracovať ako bakalársku prácu publikáciu O pravdepodobnosti, zo zbierky kníh Škola mladých matematikov [1].

Cieľom práce je návrh a implementácia interaktívnej webovej aplikácie určenej pre stredoškolských študentov so záujmom o rozšírenie si svojich znalostí z matematiky. Výsledná práca by mala mať obsiahnutú základnú teóriu, ktorá sa vyskytuje v knihe, a zároveň by mala mať vytvorený súbor príkladov, ktoré pomôžu študentom precvičiť si naučenú teóriu a lepšie ju pochopiť.

Interaktívne prostredie pre riešenie úloh z pravdepodobnosti musí byť vhodne navrhnuté, keďže pravdepodobnosť sa dá riešiť viacerými metódami. Práve z tohto dôvodu musí byť prostredie prispôbené pre žiakov tak, aby nemuseli príklad riešiť len jedným správnym spôsobom, čiže lineárne, ale aby mali možnosť na výsledok príkladu prísť viacerými spôsobmi, ktoré sú pre nich prirodzenejšie. Ďalej je dôležité pri týchto príkladoch zachovať rovnakú terminológiu. Preto použitá terminológia v celej mojej práci bude vychádzať z publikácie O pravdepodobnosti aby sa zachovala jej zhoda.

Ovládanie celej výukovej aplikácie musí byť vhodne vytvorené. Jej použitie by malo byť intuitívne a jednoduché na pochopenie. Študent by potom nemal mať problém hneď zo začiatku používať aplikáciu bez výrazných komplikácií. Celá aplikácia by mala mať aj vhodný dizajn, aby pôsobila vľúdne a hlavne vhodne pre používateľov, ktorí patria do skupiny študentov stredných škôl.

Úvodom celej práce je východisková kapitola. Táto kapitola zahŕňa predovšetkým prehľad použitej teórie, a to podrobne zanalyzovanú publikáciu, z ktorej vychádza bakalárska práca, stručný úvod do teórie o pravdepodobnosti a taktiež teóriu o tvorbe výukového programu. Ďalej sú tu zhrnuté predchádzajúce práce študentov s podobnými témami a taktiež už existujúce výukové programy, z ktorých sa inšpirujem pri tvorbe mojej práce. Rovnako je tu popísaný aj prehľad technológií, ktoré som si naštudovala pred samotnou tvorbou práce.

Ďalším celkom práce je kapitola zameraná na návrh a implementáciu aplikácie. V týchto kapitolách je obsiahnutá špecifikácia požiadaviek na celú aplikáciu a analýza použitých technológií. Taktiež je tu podrobný návrh používateľského rozhrania pre každý scenár, ktorý môže nastať, a návrh dátového modelu použitého v programe. Následné je popis implementácie celého návrhu.

Na záver je kapitola testovanie, v ktorej je popis výsledkov testovania aplikácie na študentoch a kapitola záver, v ktorej je zhrnutie celej práce.

## 2 Východiská

### 2.1 Prehľad teórie

#### 2.1.1 Škola mladých matematikov – O pravdepodobnosti

Zbierka kníh Škola mladých matematikov je zbierka 61 kníh venovaných matematike, ktorá bola založená v roku 1961. Každá kniha zo zbierky je zameraná pre stredoškolských študentov, a opisuje nejakú konkrétnu problematiku v matematike. V knihách je každá problematika názorne vysvetlená a následne aj aplikovaná na konkrétnu problematiku. Každá kniha spočíva najmä v precvičovaní si počítania rôznorodých príkladov z danej sféry matematiky, ktorých je spolu s podrobnými postupmi v knihách dostatočné množstvo. Knihy vznikli na podnet výboru Matematické olympiády aby zdokonalila študentom vedomosti z oblasti matematiky. Celá bakalárska práca vychádza z knihy zo zbierky Škola mladých matematikov, a to konkrétne kniha O pravdepodobnosti.

Publikáciu O pravdepodobnosti napísali autori Beloslav Riečan a Zdena Riečanová v roku 1976 [1]. Kniha, ako vyplýva z názvu, je zameraná na pravdepodobnosť. Autori chceli vydaním tejto knihy rozšíriť znalosti o danom matematickom odvetví širokej verejnosti, ktorej je táto kniha prístupná. Zamerali sa najmä na ilustrovanie základných myšlienok a problematik ktoré zahŕňa pravdepodobnosť a to najmä formou množstva príkladov, ktoré tvoria základnú kostru knihy.

Autori rozdelili knihu O pravdepodobnosti na päť hlavných kapitol, ktoré rozdeľujú pravdepodobnosť podľa základných okruhov. Prvou kapitolou je Udalosť a jej pravdepodobnosť. Táto kapitola je úvodom do celej problematiky pravdepodobnosti a obsahuje jednoduchšie príklady, na ktorých sú vysvetlené najmä základy a v ktorých predpokladáme, že množina výsledkov je vždy konečná. Druhá kapitola sa nazýva Geometrická pravdepodobnosť v ktorej je pravdepodobnosť ukázaná na príkladoch, týkajúcich sa najmä geometrických útvarov, plôch a dĺžok. Tretia kapitola s názvom Nezávislé udalosti popisuje postup riešenia pravdepodobnosti, ktorý je potrebný použiť pri počítaní na seba nezávislých javov. Ďalšia kapitola, v poradí štvrtá je Podmienená pravdepodobnosť. Táto kapitola hovorí a vysvetľuje javy, ktorých pravdepodobnosť je ovplyvnená inými javmi, ktoré nastali. Posledná kapitola publikácie sa nazýva Axiómy

teórie pravdepodobnosti. Kapitola vysvetľuje riešenie príkladov pravdepodobnosti na základe axiomatickej metódy. Publikácia taktiež obsahuje dva dodatky, jeden zameraný na kombinatoriku a druhý na nekonečné javy. Oba dodatky ďalej rozširujú čitateľove znalosti z oblasti matematiky, ktoré sú úzko spojené s pravdepodobnosťou. V závere publikácie sú výsledky všetkých cvičení, ktoré boli v publikácii uvedené ako cvičenia na samostatné prerátanie po prebratí nejakej časti z kapitoly.

### **2.1.2 Pravdepodobnosť**

Pravdepodobnosť hovorí o tom, s akou určitosťou sa daný jav môže uskutočniť. Taktiež sa pravdepodobnosť môže popísať aj ako vzťah všetkých pravdivých prípadov ku všetkým prípadom ktoré existujú. Čím väčšia pravdepodobnosť existuje pre konkrétny jav, tým je väčšia šanca, že sa daný jav uskutoční.

Medzi základné vlastnosti pravdepodobnosti patrí fakt, že jej vyčíslenie vždy leží na rozmedzí čísiel 0 a 1. Pravdepodobnosť je taktiež možné vyjadriť v percentách, kde jej vyčíslenie bude vždy medzi 0% a 100%. Ak je pravdepodobnosť ľubovoľnej udalosti práve 0%, táto udalosť je tým pádom nemožná. Taktiež platí, že ak bude pravdepodobnosť udalosti presne 100%, bude táto udalosť v každom prípade istá. Ďalšou vlastnosťou pravdepodobnosti je, že pri súčte pravdepodobností všetkých udalostí, ktoré môžu nastať, bude vždy výsledok 1.

Základným pojmom spojeným s pravdepodobnosťou je náhodný pokus. Je to proces, ktorý je možné voľne opakovať a hodnota takéhoto pokusu pre konkrétny jav nie je predpovedateľná, čiže ho nevieme jednoznačne určiť. Pri opätovnom vykonávaní takéhoto náhodného pokusu je záverom elementárna udalosť. Hodnotu náhodného pokusu v pravdepodobnosti určuje premenná, ktorá sa nazýva náhodná premenná. Náhodné premenné vieme rozdeliť do dvoch skupín. Prvá skupina sú diskkrétne náhodné premenné, medzi ktoré patria práve tie, ktoré môžu nadobúdať len konkrétne vymenované hodnoty. Druhou skupinou sú spojité premenné. Spojité premenné na rozdiel od diskkrétnych nadobúdajú hodnoty z nejakého intervalu, ktorý môže byť konečný ale aj nekonečný. Z toho vyplýva, že diskkrétne premenné sú tie, ktoré nadobúdajú menej hodnôt a spojité naopak mnoho. Majme napríklad hodnoty počtu ľudí. Počet ľudí patrí z definície medzi diskkrétne náhodné premenné a to z toho dôvodu, že počet ľudí môže byť len celé číslo, čiže počet ľudí môže byť len z nejakého určitého intervalu, napríklad  $\langle 1,2,3 \rangle$ . Ak by sme naopak mali napríklad hodnoty hmotnosti, tie už môžu byť ľubovoľného hodnoty

z nejakého určitého intervalu a nadobúdať veľa rôznych hodnôt, keďže medzi hodnoty už v tomto prípade patria aj desatinné čísla. V takom prípade sa teda bude jednať o spojité náhodné premenné.

V pravdepodobnosti rozlišujeme dva základné druhy javov, ktoré môžu nastať. Hlavným a zároveň najjednoduchším javom v pravdepodobnosti je elementárny jav. Je to najzákladnejší jav, ktorý už nie je možné rozložiť na jednoduchšie javy ako je on sám. Druhý existujúci druh javov sa nazýva zložený jav. Je to jav, ktorý vznikol výsledkom náhodného pokusu, a na rozdiel od elementárneho javu ho už nie je možné ďalej rozložiť na jednoduchšie javy.

### **2.1.3 Tvorba výukového programu**

Výukový program je vytvorený ako nástroj určený na učenie sa v škole alebo mimo školy. Pri tvorbe didaktického programu je dôležitá najmä správnosť poskytovaných informácií v programe. Edukačný softvér môže mať taktiež viacero zameraní. Môže poskytovať nové informácie používateľovi a vysvetľovať mu danú tému, čím ho vzdeláva a je ním nahrádzaná výučba učiteľom. Taktiež môže byť program zameraný na precvičovanie si už nadobudnutých vedomostí formou rôznych príkladov alebo hier. Medzi výukové programy patria aj simulácie javov napríklad z oblasti fyziky, ktoré poskytujú študentom bližší pohľad na fungovanie javov z vizuálneho hľadiska. V dnešnej dobe by mal byť výukový program taktiež prispôbený najnovším technológiám, ktoré dnešný používateľ s obľubou používa, ako je prispôbenie ovládania z rôznych zariadení v rôznych rozlíšeniach.

Ďalším dôležitým faktorom výukového programu je z hľadiska používateľa jeho ovládateľnosť a použiteľnosť. Program by mal byť intuitívne ovládateľný a prehľadne skonštruovaný, aby ho používateľ vedel v čo najkratšej dobe a bez problémov naplno používať. Taktiež je dôležité jeho celkové vyhotovenie. Aby bol program zaujímavý najmä pre žiakov, mal by mať zaujímavý a pútavý vzhľad. Taktiež by program nemal obsahovať chyby alebo iné technické nedostatky, ktoré by mohli používateľa ľahko odradiť od jeho používania.

Hlavným cieľom tvorby didaktického programu je najmä zaujať žiakov a zvýšiť ich produktivitu v procese učenia a poskytovať študentom zaujímavšiu formu vzdelávania sa ako im je umožnená na papieri. Edukačný softvér môže poskytovať študentom ukladanie výsledkov, ktoré doteraz dosiahli alebo aj motiváciu sa zlepšovať pri prekonávaní ich

doterajších výsledkov práce. Ďalšou výhodou pri výučbe formou didaktického programu je, že ak sa študent pomýli, nemusí začínať celú svoju prácu odznova, stačí sa vrátiť o krok späť k jeho pôvodným postupom čo mu taktiež zvyšuje motiváciu. V dnešnej dobe plnej počítačov a telefónov, kde málo detí rado obsedí len pri kuse papiera a pera sú edukačné softvéry čím ďalej tým populárnejšie, lebo umožňujú mladým ľuďom sa vzdelávať v pre nich prirodzenom prostredí.



Obr. 1 Klasifikácia edukačného softvéru [2]

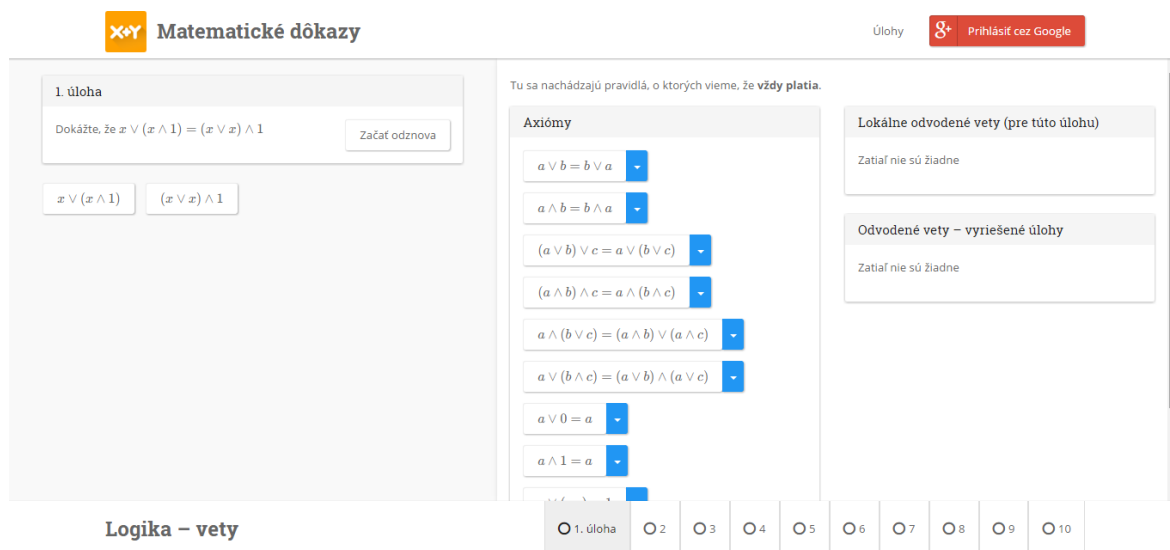
## 2.2 Predchádzajúce práce

### 2.2.1 Výukový program demonštrujúci matematický princíp

Bakalársku prácu Výukový program demonštrujúci matematický princíp napísala študentka aplikovanej informatiky Monika Švaralová v roku 2015 [3]. Bakalárska práca bola zameraná na návrh edukačného systému s následnou implementáciou do webovej aplikácie. Práca spracováva jednu publikáciu zo zbierky kníh Škola mladých matematikov a to knihu Boolova algebra. Vo webovej aplikácii sú spracované príklady zamerané pre študentov stredných škôl, ktoré umožňujú užívateľovi systematicky krok za krokom riešiť dané úlohy.

Autorka práce a aj samotnej webovej aplikácie sa zamerala hlavne na celkovú použiteľnosť jej výsledného systému. Celá aplikácia je prehľadne vytvorená, má vytvorený príjemný čistý dizajn a je veľmi efektívne vymyslená, aby ju každý používateľ vedel v krátkom čase v plnej miere celú používať. V samotnej webovej aplikácii je taktiež vytvorený zrozumiteľný a interaktívny návod, ktorý vysvetľuje novému používateľovi základné ovládanie. Aplikácia obsahuje prihlasovanie pomocou účtu vytvoreného cez Google. Prihlasovanie umožňuje pamätanie si riešenia predchádzajúcich príkladov

a taktiež je vďaka nemu užívateľom umožnené rozdelenie do okruhov, čo podporuje využívanie tejto aplikácie aj na školách v jednotlivých triedach, kde učiteľ môže mať pod kontrolou prácu svojich žiakov a tým sledovať ich progres alebo stagnáciu z danej oblasti matematiky.



Obr. 2 Výukový program demonštrujúci matematický princíp [3]

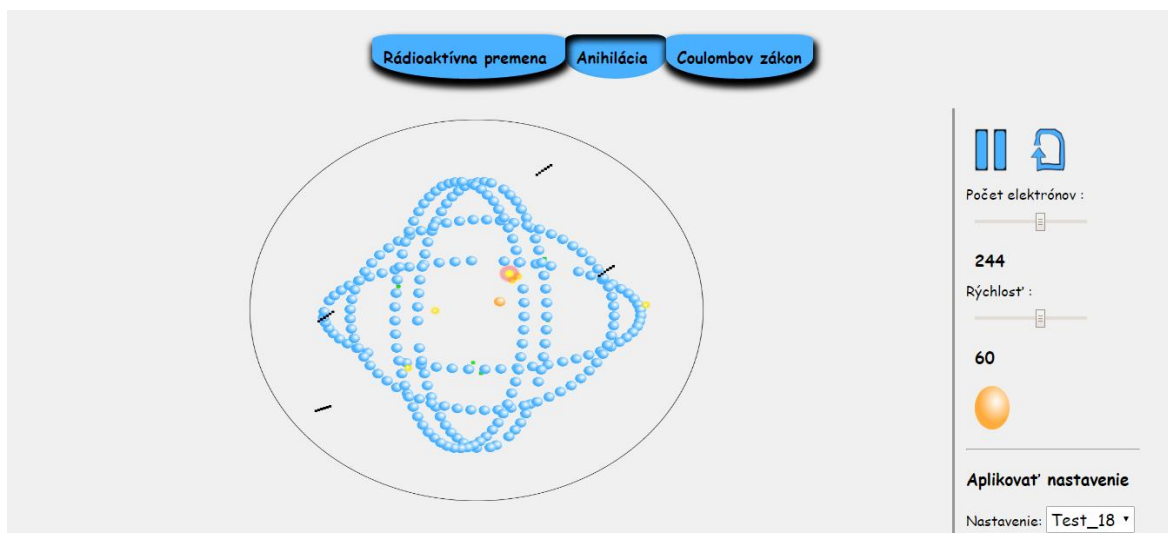
## 2.2.2 Výukový program demonštrujúci fyzikálny princíp

Výukový program demonštrujúci fyzikálny princíp napísal Marián Jonis v roku 2015 ako bakalársku prácu k študijnému odboru aplikovaná informatika [4]. Cieľom práce bol návrh a následná implementácia programu zameraného na výučbu fyzikálnych tém primárne určený pre skupinu študentov stredných škôl. Program bol zameraný na výučbu pomocou simulačne prevedených javov vo fyzike aby študenti mali možnosť názorne vidieť ako dané javy vo fyzike presne fungujú.

Autor programu sa zameril pri tvorbe najmä na zhotovenie simulácií z oblasti jadrovej fyziky. V programe sú žiakom priblížené štyri základné fyzikálne témy, a to štruktúra jadra, rádioaktívna premena jadra, anihilácia pozitronu – elektrón a Coulombov zákon a Bohrov model atómu vodíka. Ďalej autor zakomponoval do svojho projektu funkcionality tvorby a následného zadávania testov pre študentov v triede, ktorá umožní aby bola aplikácia plne vhodná na použitie v školách. Táto funkcionality môže byť dobrou inšpiráciou pri tvorbe tejto bakalárskej práce.



Chybou tejto aplikácie je najmä to, že fyzikálne princípy, ktoré táto aplikácia demonštruje nie sú dostatočne fyzikálne vierohodne a aplikácia obsahuje len málo simulovania a objavovania.



Obr. 3 Výukový program demonštrujúci fyzikálny princíp [4]

## 2.3 Existujúce podobné systémy

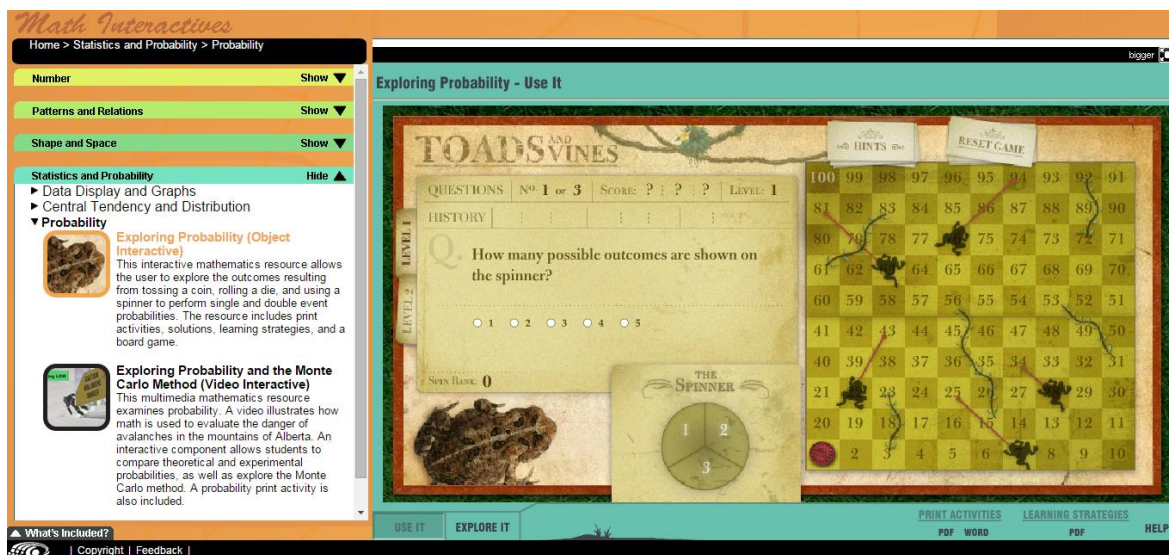
V dnešnej dobe existuje veľké množstvo didaktických systémov zameraných na výučbu matematiky. Programy sú určené pre všetkých študentov stredných a základných škôl a sú často prispôbené aj na používanie na školách, kde uľahčujú prácu učiteľom a žiakom zábavnou formou vysvetľujú matematiku ale aj iné predmety. Stále ale existujú oblasti v matematiky, pre ktoré v súčasnosti neexistuje dostatok kvalitných výukových aplikácií, ktoré sú voľne prístupné.

### 2.3.1 Math Interactives

Math Interactives je webová aplikácia zameraná na interaktívnu výučbu viacerých oblastí z matematiky. Aplikácia pomocou interaktívnych videí a zaujímavých hier zameraných na danú tému vysvetľuje študentom daný problém a necháva ich zábavnou formou prísť k riešeniu.

Aplikácia taktiež zahŕňa oblasť pravdepodobnosti na ktorú je zameraná táto bakalárska práca. V aplikácii je k dispozícii video, ktoré je zamerané na pravdepodobnosť a metódu Monte Carlo, v ktorom je ukázané využitie matematiky na zjazdovkách.

Následne je k dispozícii jednoduchá hra, kde pri každej správne zodpovedanej otázke z oblasti pravdepodobnosti je používateľovi umožnený ťah na hracej ploche. Táto kvízová hra funguje tak, že čím viac správnych odpovedí užívateľ vie, tým sa dostane rýchlejšie do cieľa. Otázky v hre sa na seba aj na samotnú hru nadväzujú.

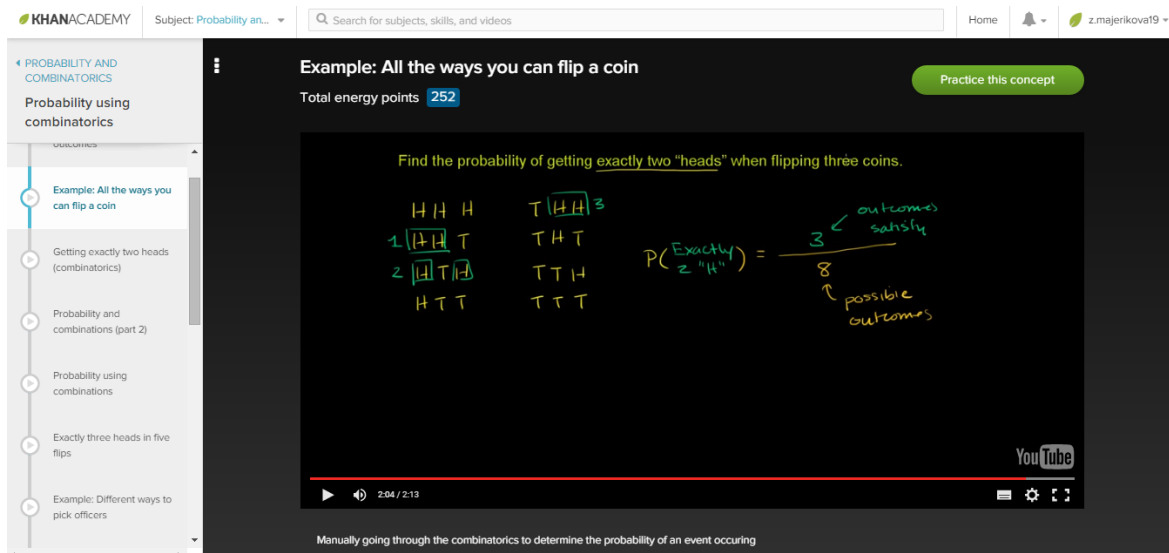


Obr.4 Math Interactives [5] – Exploring probability

### 2.3.2 Khan Academy

Medzi známe edukačne webové aplikácie patrí najmä Khan Academy, čo je nezisková organizácia založená už v roku 2006. Je to výuková aplikácia zameraná výučbu študentov z množstva študijných oblastí ako je napríklad matematika, fyzika, dejepis a iné. Program vznikol so zámerom umožniť kvalitnú výučbu komukoľvek na svete. Vzdelávanie poskytuje formou videí, v ktorých sú lekcie k ľubovoľným témam. Aplikácia taktiež zahŕňa automaticky vytvorené príklady k danej téme, ktoré slúžia na zopakovanie si a zároveň precvičenie učiva, ktoré bolo zahrnuté vo videu.

Táto aplikácia dobre demonštruje interaktívnu výučbu pravdepodobnosti. Aj keď je táto výučba vytvorená formou videa a moja práca bude implementovať výučbu, ktorá nezahŕňa video, stále je vhodnou inšpiráciou pri tvorbe mojej práce. Aplikácia Khan Academy je dobrým príkladom, ako sa dá pravdepodobnosť vysvetliť širokému okruhu používateľov.



Obr. 5 Khan Academy [6] – video about probability

### 2.3.3 IXL learning

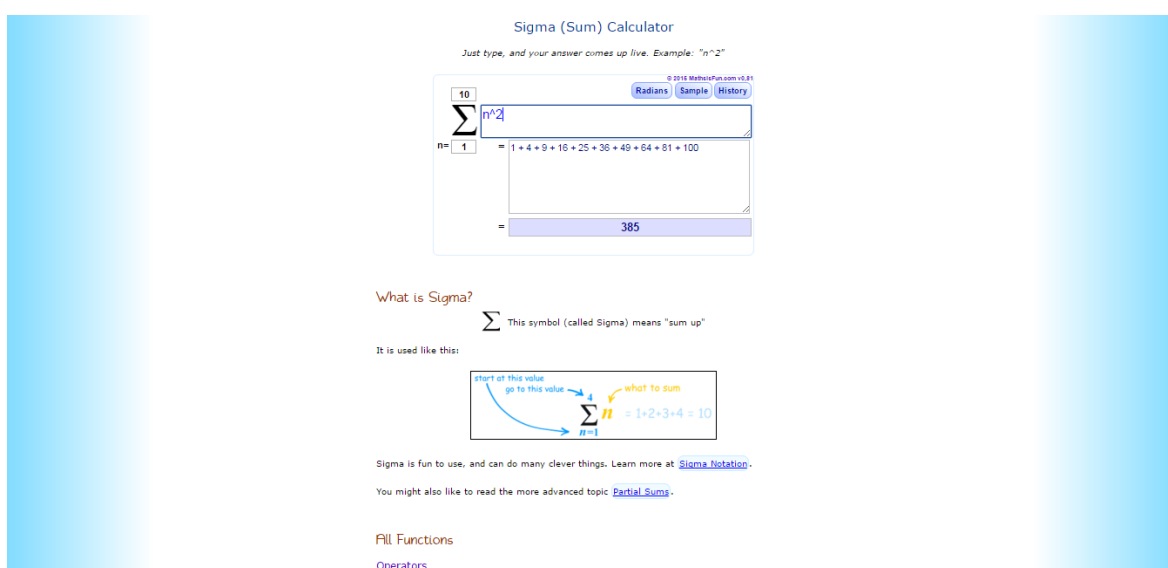
IXL je edukačná webová aplikácia, ktorá poskytuje pre študentov základných, stredných škôl a taktiež pre deti chodiace do škôlky výučbu z matematiky a z anglického jazyka. Výučba spočíva v rade otázok na ktoré používateľ odpovedá. Za každú správne zodpovedanú otázku dostane užívateľ body k jeho výkonu a presunie sa na ďalšiu a zároveň zložitejšiu otázku. Ak na otázku odpovie zle, je mu poskytnuté vysvetlenie celého príkladu a uvedená správna odpoveď. Ak jej porozumie, môže pokračovať na ďalšiu otázku ktorá však nie je ťažšia, ale je na rovnakej úrovni ako bola predchádzajúca, aby si mohol precvičiť problematiku, ktorú v predošlom prípade nevedel.



Obr. 6 IXL learning [7]

### 2.3.4 MathIsFun

Webová aplikácia MathIsFun vysvetľuje používateľom hlavne postupy pri počítaní matematických príkladov. Je zameraná na študentov prevažne stredných škôl, ale poskytuje aj niektoré témy pre žiakov základných škôl. V aplikácii je vysvetlených viacero oblastí matematiky. Každá oblasť je rozdelená na podoblasti, ktoré sú podrobne vysvetlené, a aj následne predvedené na konkrétnom príklade. V aplikácii sa nachádzajú aj interaktívne prvky, ktoré slúžia na priblíženie vysvetľovanej látky, a vlastné odskúšanie žiakom. Aplikácia poskytuje vhodný edukačný systém vysvetľovania matematiky žiakom stredných a základných škôl.



Obr. 7 MathIsFun [8] – Sigma Calculator

## 2.4 Prehľad technológií

Program je tvorený ako webová aplikácia najmä v programovacom jazyku JavaScript. Takéto riešenie je vhodné pre výukový program, aby bol voľne k dispozícii pre študentov. Jediná podmienka k používaniu programu je prístup k internetu a vlastníctvo zariadenia s možnosťou prístupu k internetu. Aplikácia je zároveň prístupná bez nevyhnutnosti inštalácie.

Na tvorbu základnej kostry programu boli využité technológie, ktoré sú skoro nevyhnutné pri tvorbe webových aplikácií a to nasledovné:

- HTML5 - najnovšia aktualizácia programovacieho jazyka HTML, ktorý slúži na tvorbu základu webových stránok a informácií.

- CSS - slúži hlavne ako grafický mechanizmus na upravovanie vzhľadu webových stránok.
- PHP – skriptovací jazyk, ktorý umožňuje vývoj dynamických webových aplikácií.

### **2.4.1 Bootstrap**

Bootstrap [11] je nástroj vytvorený korporáciou Twitter, ktorý slúži na tvorbu hlavného vizuálneho rozhrania pre webové stránky. Vo svojej funkcionalite využíva jazyky HTML, CSS a taktiež JavaScript, ktoré spája do základných šablón určených pre tvorcov webových stránok na uľahčenie práce a jednoduchú tvorbu uceleného a prehľadného dizajnu. Tvorba stránok použitím jednej zo šablón Bootstrap je ľahká na aplikovanie, keďže obsahuje množstvo dopredu vyhotovených prvkov, ktoré je možné do kódu stránky jednoducho vkladať.

Pri tvorbe bakalárskej práce bude využitá jedna zo šablón Bootstrap, a to konkrétne šablóna s názvom Readable. Šablóna obsahuje prehľadný a moderný dizajn s prvkami tvorenými prevažne svetlými farbami, ktorý je vhodný na použitie pri implementácii samotného programu.

### **2.4.2 JavaScript**

JavaScript patrí medzi skriptovacie jazyky. Je používaný na tvorbu webových stránok a rozširuje jazyk HTML o schopnosť interaktívnosti. Jeho hlavným cieľom je vytváranie dynamických prvkov vo webovej aplikácii. JavaScript je v súčasnosti vo veľkej miere rozšírený a taktiež je zakomponovaný vo veľkom množstve dnešných webových aplikácií vzhľadom na jeho dobrú dostupnosť.

### **2.4.3 jQuery**

jQuery je jedna z najpoužívanejších knižníc, ktorá je celá postavená na JavaScripte a ktorá je zároveň voľne dostupná. Slúži na zjednodušenie zápisu JavaScriptového kódu s dôrazom na interakciu ktorá je medzi HTML jazykom a samotným JavaScriptom. Knižnica sa používa ako samostatný JavaScriptový súbor, ktorý je následne vložený do webovej stránky. JQuery taktiež obsahuje všetky rôzne funkcie pre udalosti, Ajax, DOM a tiež obsahuje funkcie pre efekty.

## 2.4.4 Google Identity Platform

Google Identity Platform [12] je kolekcia služieb určených pre vývojárov. Kolekcia sa skladá z troch nových nástrojov a to z Google Sign-In, Identity Toolkit a Smart Lock for Passwords. Tieto nástroje pomáhajú vývojárom pri tvorbe bezpečného overovania prihlásenia cez Android, iOS a webové aplikácie. Zároveň eliminujú v čo najväčšom množstve, aby program vyžadoval od používateľa neustále zadávanie alebo obnovenie hesla.

## 2.4.5 math.js

Math.js [13] je knižnica určená pre JavaScript, ktorá je rozsiahla skoro v celej oblasti matematiky. Podporuje veľké čísla a prácu s nimi, takzvané BigNumber, ktoré sám JavaScript nepodporuje. Taktiež obsahuje veľké množstvo rôznych matematických operácií, ako napríklad komplexné čísla, aritmetické funkcie, či funkcie pre výpočet štatistík. Tiež obsahuje funkcie pre výpočet pravdepodobnosti, čo využijem v mojej práci a to napríklad funkcia na výpočet kombinácií, na výpočet faktoriálu či funkcia na výpočet permutácií.

## 2.4.6 MySQL

MySQL je otvorený systém, ktorý slúži na správu relačnej databázy. Pomocou špeciálnych príkazov písaných v programovacom jazyku SQL ukladá a spravuje dáta v databáze. MySQL je taktiež implementovaný v rôznych programovacích jazykoch, ako je C++, Perl či PHP. Systém sa v dnešnej dobe uplatňuje najmä pri vytváraní webových aplikácií.

### 3 Špecifikácia požiadaviek

V kapitole špecifikácia požiadaviek je základná špecifikácia správania sa výslednej aplikácie. Cieľom aplikácie bude vysvetliť študentom stredných škôl pravdepodobnosť a umožniť im precvičiť si nadobudnuté znalosti na príkladoch. Celá aplikácia bude používateľom dostupná na bežných internetových prehliadačoch, cez ľubovoľný operačný systém.

Aplikácia bude rozdelená na tri hlavné časti. Prvou časťou bude teoretická časť, v ktorej bude používateľom poskytnutá základná teória k téme pravdepodobnosť a taktiež dodatok, ktorý bude vysvetľovať kombinatoriku. V tejto časti budú môcť žiaci nadobudnúť znalosti z pravdepodobnosti a kombinatoriky, ktoré neskôr budú potrebovať pri riešení príkladov. Teória nebude popísaná iba slovne, ale bude tvorená interaktívne aby si študent vedel lepšie predstaviť novú látku, ktorá je mu práve vysvetľovaná a aby zábavnejšou formou pochopil celú problematiku. Druhou časťou aplikácie budú samotné príklady. Tie budú rozdelené do viacerých kategórií, ktoré sa budú navzájom odlišovať náročnosťou príkladov. Príklady sa budú riešiť priamo v aplikácii na predvolenej ploche, kde si budú môcť používatelia vytvárať vlastné udalosti a upravovať ich použitím rôznych nástrojov, ktoré sú na to predvolené a týmto spôsobom sa dopracovať ku správne výsledku príkladu. Treťou časťou bude možnosť vytvárania takzvaných tried. Každý prihlásený používateľ bude mať možnosť si v aplikácii vytvoriť triedu. Do vytvorených tried sa môžu potom pridávať jednotliví používatelia. V triede bude vytvorený zoznam používateľov spolu so záznamom o ich vyriešených príkladoch. Používateľ, ktorý vytvoril novú triedu, bude mať ako jediný práva ju vymazať v ľubovoľnom čase a s ľubovoľnými používateľmi pridanými do nej. Ostatní používatelia sa budú môcť do tried, ktoré neboli vytvorené nimi len pridávať, odoberať a prehliadať výsledky ostatných užívateľov pridaných do danej triedy.

Aplikácia bude taktiež obsahovať prihlásenie používateľov pomocou Google účtu. Po prihlásení používateľa sa mu načítajú všetky riešenia príkladov, ktoré pri jeho poslednom prihlásení riešil. Ak ešte nebol prihlásený, pridá sa do databázy ako nový používateľ. Po opustení aplikácie alebo po odhlásení sa z aplikácie takto prihláseného používateľa sa mu všetky jeho zmeny aktualizujú a uložia.

### 3.1 Teória

Teória bude obsahovať devätnásťchronologicky zoradených stránok, ktoré budú vychádzať zo spracovávanej publikácie [1]. Stránky budú obsahovať buď teóriu a definície, alebo konkrétne príklady, na ktorých bude ukázané riešenie. Niektoré zo stránok budú doplnené o interaktívne prvky, s ktorými bude používateľ narábať a niektoré časti príkladov bude vďaka tomu môcť vyriešiť aj sám. Celá teória by mala používateľa oboznámiť s pravdepodobnosťou a naučiť ho všetko potrebné, čo bude potrebovať pre riešenie príkladov.

Prvá časť teórie bude spracovanie strán 4 až 18 z publikácie v trinástich jednotlivých stránkach zameraných na pravdepodobnosť a jej udalosť. Štruktúra každej tejto jednotlivéj stránky sa bude skladať z troch komponentov. Prvým bude textové pole. Každá stránka bude obsahovať text, ktorý presne vychádza z publikácie s drobnými úpravami. Toto textové pole bude navyše doplnené o obrázky, ktoré sa nenachádzajú v publikácii, a ktoré budú slúžiť na priblíženie vysvetľovanej témy. Ďalším komponentom bude interaktívna časť, ktorú ale nemusí obsahovať úplne každá stránka. Interaktívna časť bude nadväzovať na text na stránke a bude umožňovať používateľovi dospieť k niektorým častiam vysvetľujúcich pravdepodobnosť z textu samému. Posledným komponentom budú dva odkazy nachádzajúce sa v spodnej časti stránky. Prvý z nich bude odkazovať na predchádzajúcu stránku a druhý na nasledujúcu stránky, aby používateľ mohol jednoducho prechádzať medzi jednotlivými stránkami. Výnimkou bude odkaz na poslednej stránke určený na odkazovanie na nasledujúcu stránku, ktorý bude v tomto prípade ale odkazovať na prvú stránku z dodatku.

Druhou časťou teórie bude časť zameraná na doplnok k pravdepodobnosti, ktorý je orientovaný na kombinatoriku. Celá teória z kombinatoriky bude rozdelená na šesť stránok a bude vychádzať zo strán 73 až 78, ktoré sa tiež nachádzajú v publikácii, ktorú spracováva táto bakalárska práca. Táto časť bude podobne spracovaná ako bola prvá časť, ale na rozdiel od prvej bude obsahovať len dva komponenty, a to textové pole a odkazy na ďalšiu a predchádzajúcu stránku. Textové pole bude obsahovať konkrétne útržky z publikácie, ktoré budú doslovne prepísané do aplikácie. Odkazy bude rovnako ako v časti zameranej na pravdepodobnosť a jej udalosť odkazovať na ďalšiu a predchádzajúcu stránku z dodatku o kombinatorike. Aj v tomto prípade bude výnimkou jeden odkaz, a to konkrétne odkaz nachádzajúci sa na prvej stránke z doplnku, určený na odkazovanie na predchádzajúcu



stránku, ktorý bude v tomto prípade odkazovať na poslednú stránku z teoretickej časti o pravdepodobnosti.

## 3.2 Príklady

Príklady budú rozdelené do štyroch jednotlivých sérií po osem príkladov. Série sa budú navzájom líšiť náročnosťou príkladov, ktoré obsahujú. Používateľ bude mať poskytnutý výber spomedzi všetkých sérii, z ktorých si jednu bude môcť vybrať. Po takomto výbere sa mu zobrazí škála všetkých príkladov, ktoré prislúchajú danej sérii. Každý príklad bude obsahovať svoje jedinečné číslo na základe ktorého sa bude dať neskôr identifikovať, ktorý konkrétny príklad bol riešený. Používateľ si bude môcť vybrať ľubovoľný príklad, ktorý chce práve riešiť.

Po vybraní konkrétneho príkladu sa používateľovi zobrazí základná stránka, ktorá je pripravená na riešenie. V úvode stránky bude zobrazené celé zadanie daného príkladu. Zvyšok tejto stránky bude rozdelený na štyri základné časti. Hlavnou časťou bude plocha, na ktorej sa budú dať riešiť všetky príklady. Na túto plochu bude môcť používateľ pridávať jednotlivé objekty, ktoré bude môcť následne premiestňovať po celej ploche. Po pretiahnutí objektu na kôš v pravom hornom rohu sa ťahaný objekt vymaže z plochy. Tieto objekty budú rozdelené na tri základné druhy.

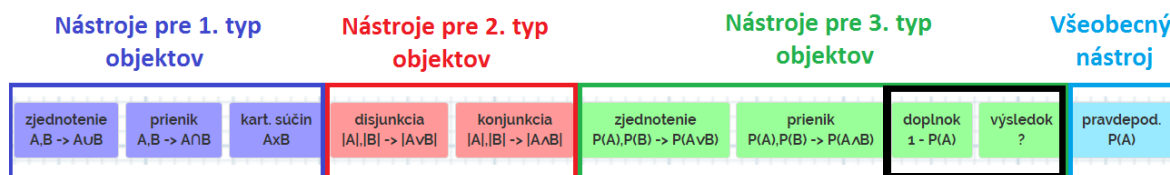
Prvým druhom budú objekty zastupujúce udalosť, ktorá je reprezentovaná **množinou prípadov**, ktorými sa udalosť môže prejaviť. Napríklad udalosť A, ktorá reprezentuje udalosť, že na hracej kocke padne párne číslo ( $A = \{2,4,6\}$ ).

Ďalším druhom budú objekty s udalosťou, ktorej **počet prípadov** je vypočítaný len pomocou kombinatoriky. Napríklad udalosť B, ktorej počet prípadov je reprezentovaný počtom výberov 2 osôb z 10 ľudí ( $B = C_2(10)$ ).

Posledným druhom objektu nebudú konkrétne udalosti, ale už vypočítané **pravdepodobnosti**, ktoré vznikli pomerom medzi počtom všetkých priaznivých výsledkov pokusu a počtom všetkých existujúcich výsledkov pokusu. Napríklad pravdepodobnosť udalosti C, padne párne číslo, z univerza U, padne ľubovoľné číslo. ( $P(C \text{ z } U)$ )

Všetky druhy týchto objektov budú farebne rozlíšené. Pod plochou sa bude nachádzať aj textové pole, ktoré bude pomáhať používateľovi s ovládaním.

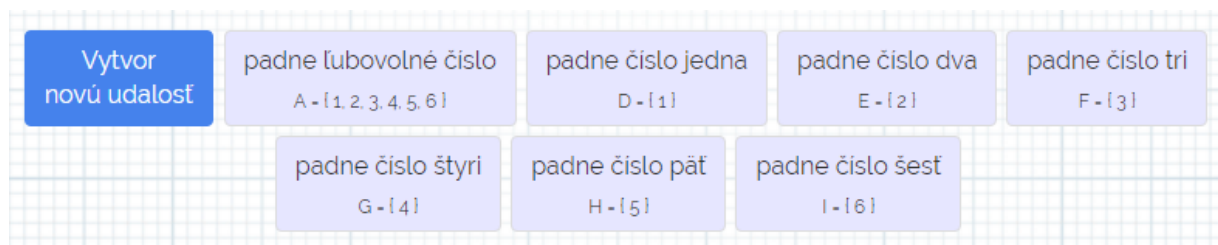
Ďalšou časťou stránky na riešenie konkrétneho príkladu bude súprava nástrojov. Tieto nástroje sa budú dať používať na objekty, ktoré sú vytvorené na ploche. Každý nástroj bude zodpovedať inej funkcionalite, a taktiež sa budú nástroje rozdielne používať. Po prejdení myšou ponad nástroj, sa používateľovi ukáže základný popis použitia daného nástroja. Celkovo budú dva typy použitia daných nástrojov. Prvý typ sú nástroje, ktoré slúžia na zmenu konkrétnej udalosti. Druhým typom sú nástroje, ktoré vykonajú konkrétnu funkciu pre dva zvolené objekty a spoja ich do jedného. Každý tento nástroj bude mať len určitú škálu objektov, na ktoré bude môcť byť použitý. Pre objekty, na ktoré sa nedá použiť jeho funkcia, sa nebude môcť využiť. Nástroje určené len pre daný typ objektu budú tiež farebne rozlíšené. Farby použité na nástrojoch sa budú zhodovať s farbami tých objektov, na ktoré sa majú použiť. Ostatné nástroje, ktoré nebudú určené len jednému typu objektov, budú v neutrálnej farbe.



Jediné 2 nástroje, ktoré slúžia na zmenu 1 udalosti.

Obr. 8 Rozdelenie nástrojov

Tretou časťou stránky bude zoznam už vytvorených objektov. Budú to predvolené objekty k príkladu, ktorý práve používateľ bude riešiť. Každý objekt bude obsahovať popis, ktorý popisuje čo konkrétny objekt reprezentuje a taktiež bude obsahovať označenie, ktoré dopĺňa popis o konkrétny matematický zápis.



Obr. 9 Vytvorené objekty k príkladu 1.1.

Každý príklad, ktorý obsahuje aplikácia má vytvorenú škálu objektov, ktoré sa dajú využiť pri počítaní riešenia pre daný príklad. Používateľ si bude môcť taktiež vytvoriť vlastné udalosti, ktoré chce použiť. Pri vytváraní sa mu zobrazí formulár, kde si bude môcť

navoliť jednotlivé hodnoty pre daný objekt a pridať ho medzi už existujúce. Takto vytvorený vlastný objekt bude môcť používateľ ľubovoľne využívať v danom príklade. Používateľ bude mať tiež možnosť takto vytvorený objekt úplne vymazať zo zoznamu všetkých objektov ak ho už v budúcnosti nebude plánovať využiť. Všetky objekty budú farebne rozlíšené podľa ich typu, a podľa typu nástroja, ktorý sa na ne môže aplikovať.

### 3.3 Triedy

Časť triedy bude poskytnutá iba tým používateľom, ktorí sú prihlásení do aplikácie. Ostatní budú vidieť len oznam o nedostupnosti tejto funkcionality bez prihlásenia. Ak je používateľ prihlásený do aplikácie, zobrazí sa mu základná stránka. Hlavným komponentom tejto stránky bude zoznam všetkých vytvorených tried v aplikácii. Každá trieda bude označená svojím názvom, ktorý zvolil používateľ ktorý ju vytvoril. Tento názov bude pre každú triedu jedinečný, čiže žiadna trieda nebude môcť mať rovnaký názov ako má iná. Ku každej triede bude priradený aj odkaz, ktorý užívateľa odkáže na vstup do danej triedy. Pod týmto zoznamom všetkých vytvorených tried sa bude nachádzať komponent, ktorý umožní používateľovi vytvoriť novú triedu. Na vytvorenie tejto novej triedy, bude musieť používateľ zadať jej názov. Tento názov sa nesmie zhodovať s názvom už existujúcej triedy. Po správnom zadaní názvu bude môcť používateľ vytvoriť danú triedu kliknutím na odkaz zodpovedajúci vytvoreniu novej triedy.

Po vstupe do konkrétnej vytvorenej triedy sa používateľovi zobrazí tabuľka, v ktorej sa budú nachádzať všetci používatelia, ktorí sa do nej pridali. Títo používatelia budú mať v tabuľke priradené ku svojmu menu aj prvky, ktoré zodpovedajú jednotlivým príkladom, ktoré sa nachádzajú v aplikácii. Tie príklady, ktoré používateľ správne vypočítal, sa v tabuľke označia ako splnené a tie, pre ktoré ešte nevypočítal správny výsledok, sa označia ako nesplnené. Takýmto spôsobom bude mať každý používateľ, ktorý vojde do konkrétnej triedy prehľad o tom, koľko správne vypočítaných príkladov majú jednotliví používatelia, ktorí sú pridaný do tejto triedy.

Pod vypísanou tabuľkou všetkých používateľov nachádzajúcich sa v danej triede sa bude nachádzať odkaz, ktorý bude slúžiť na pridanie sa do triedy. Čiže používateľ, ktorý vojde do konkrétnej triedy a ešte sa v nej nenachádza, bude mať možnosť sa do nej pridať kliknutím na tento odkaz. Ak sa už používateľ v tabuľke už nachádza, tento odkaz zmení svoju funkcionality a bude slúžiť na odobratie používateľa z triedy. Ak používateľ, ktorý vytvoril danú triedu do nej vstúpi, bude mať k dispozícii jednu funkcionality. Takýto

používateľ bude mať možnosť triedu, ktorú vytvoril a v ktorej sa nachádza, úplne zmazať, spolu s celým zoznamom plným informácií o ostatných používateľoch, ktorí sa v nej nachádzali.

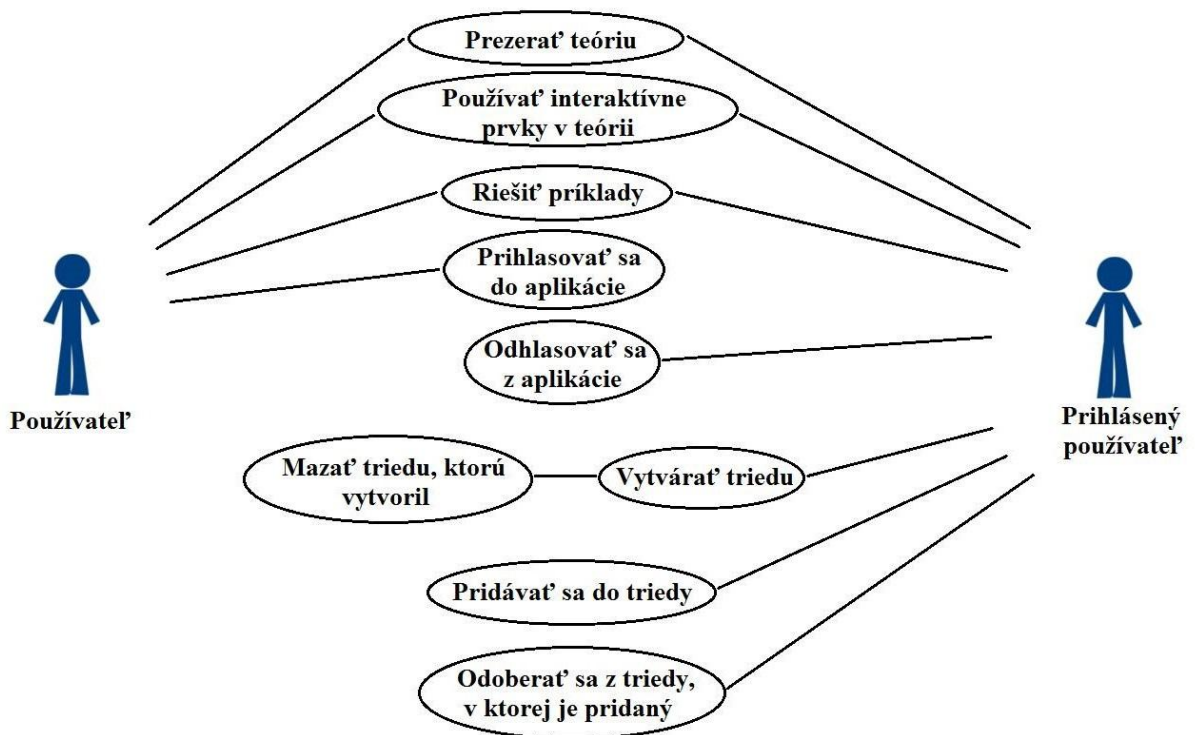
### **3.4 Prihlásenie do aplikácie**

V každej časti aplikácie bude umiestnený v pravom hornom rohu odkaz na prihlásenie sa do aplikácie cez Google účet. Po stlačení tohto odkazu sa zobrazí používateľovi stránka, ktorú poskytuje samotný Google na prihlásenie do ich systému. Po úspešnom prihlásení sa v navigácii vypíše meno užívateľa, ktorý je momentálne prihlásený. V momente, čo sa používateľ prihlási, zmení sa prihlasovací odkaz, na odkaz určený na odhlásenie sa z aplikácie. Po stlačení tohto odkazu sa používateľ automaticky odhlási.

## 4 Návrh

### 4.1 Typy používateľov

Aplikácia rozoznáva dva typy používateľov. Prvým je klasický používateľ, čiže ten používateľ, ktorý nie je momentálne prihlásený do aplikácie. Tento používateľ má možnosť prezerat' teórie, skúšať všetky interaktívne prvky ktoré sa v teórii nachádzajú a môže riešiť všetky príklady. Poslednú funkcionalitu, ktorú môže používať je prihlásenie sa do aplikácie. Po takomto prihlásení sa z neho priamo stáva druhý typ používateľa, a to prihlásený používateľ.



Obr. 10 Use-case diagram

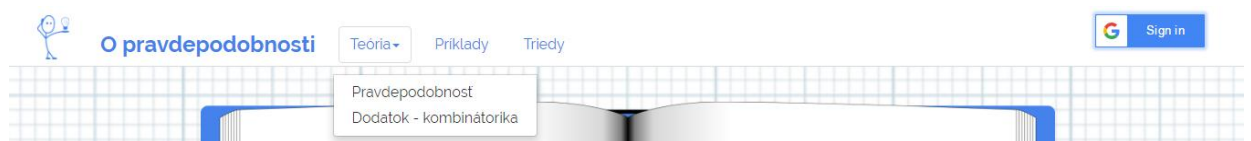
### 4.2 Analýza technológií

Cieľom práce je vytvoriť webovú aplikáciu dostupnú na bežných prehliadačoch. Na základe tohto som si zvolila technológie HTML a CSS pre tvorbu základnej kostry aplikácie. Ďalej technológiu JavaScript a jQuery pre tvorbu interaktívnych komponentov. Na uchovanie údajov o používateľoch bude použitá databáza MySQL a na dynamickosť stránky budem používať jazyk PHP.

### 4.3 Používateľské rozhranie

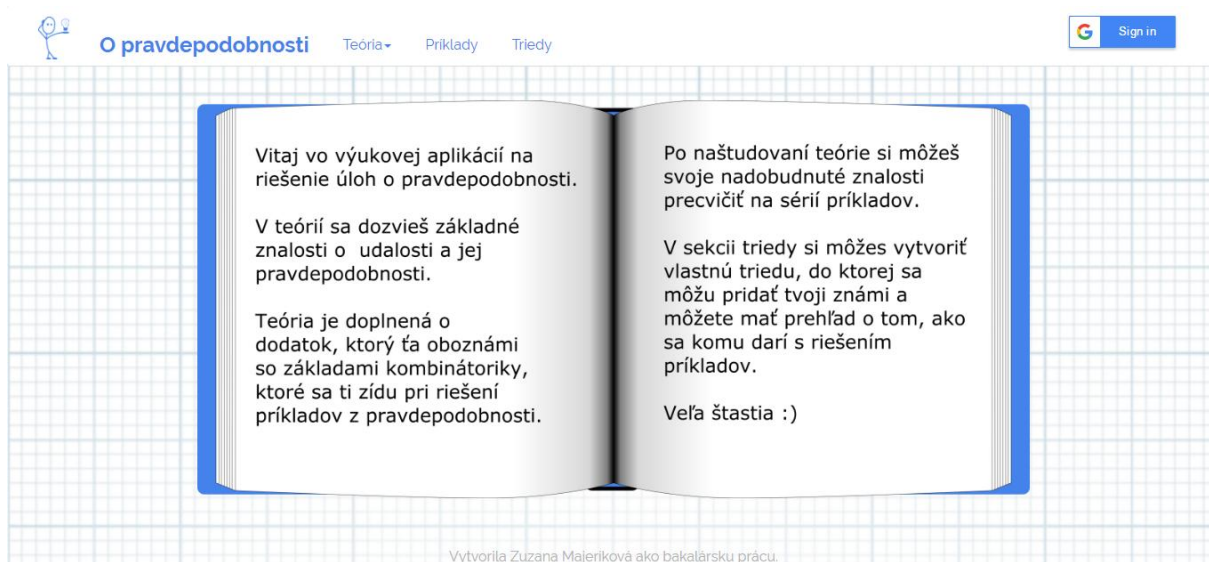
Cieľom návrhu používateľského rozhrania je navrhnuť celú aplikáciu tak, aby ju vedel bežný používateľ bez problémov ovládať. Aplikácia musí byť čo najviac prehľadná a čo najviac intuitívne ovládateľná používateľom. Dizajn aplikácie by mal byť jednoduchý a nemať zbytočne veľa prvkov, u ktorých by používateľ nevedel, ktorý skôr stlačiť alebo by automaticky hneď nepochopil na aký účel jednotlivé prvky v aplikácii slúžia.

Navigácia každej časti programu bude rovnaká a bude sa skladať z piatich komponentov. Prvý sa nazýva O pravdepodobnosti a odkazuje na úvodnú stránku. Druhým komponentom navigácie je Teória. Táto časť sa rozdeľuje na dve časti. Hlavnou časťou teórie je Pravdepodobnosť, ktorá používateľa odkáže na teóriu o pravdepodobnosti, ktorá používateľovi vysvetľuje matematické základy pravdepodobnosti a vysvetľuje na konkrétnych príkladoch jej správne vypočítanie. Druhou časťou je dodatok k teórii, ktorý je zameraný na kombinatoriku a taktiež používateľovi vysvetľuje teóriu kombinatoriky na konkrétnych príkladoch. Tretím komponentom samotnej navigácie je komponent Príklady. V tejto časti bude môcť používateľ riešiť jednotlivé príklady. Štvrtým komponentom v navigácii je komponent nazývaný Triedy. Tu si môže používateľ vytvoriť vlastnú triedu do ktorej sa môže pridať ľubovoľný iný používateľ a navzájom môžu mať o sebe prehľad, ktoré príklady už vypočítali. Posledným komponentom v navigácii je samotné prihlásenie do aplikácie pomocou Google účtu. Po prihlásení používateľa sa vedľa tohto komponentu zobrazí meno prihláseného používateľa a samotný odkaz na prihlásenie sa zmení na odkaz na odhlásenie.



Obr. 11 Navigácia aplikácie

Úvodná stránka je navrhnutá s jedinou funkcionalitou, a to oboznámiť používateľa s aplikáciou. Je tu uvedené na čo konkrétne je aplikácia zameraná a sú tu popísané základné komponenty nachádzajúce sa v aplikácii.



Obr. 12 Úvod aplikácie

### 4.3.2 Teória


Teória, ktorá zahŕňa pravdepodobnosť, obsahuje dva typy stránok. Prvým typom je stránka zameraná výhradne len na teóriu. Tento typ stránky je taká stránka, ktorá vychádza zo spracovávanej publikácie [1] a obsahuje text z tejto publikácie, ktorý môže byť miestami upravený a stručnejší, ale ktorý napriek tomu zachováva rovnaký obsah. Tento typ stránky môže obsahovať aj obrázky, na ktorých sú znázornené vysvetľované pojmy. V publikácii sa síce nenachádzajú presne tieto obrázky, ale vychádzajú z jej textu a používateľovi približujú danú problematiku aj vizuálne.

V dolnej časti každej stránky sú odkazy na nadchádzajúcu časť a rovnako aj na predchádzajúcu časť teórie, kde jednotlivé časti zachytené v jednotlivých stránkach sú zoradené chronologicky. Rovnako sú tu prepojené aj obe časti teórie, čiže pravdepodobnosť a kombinatorika.

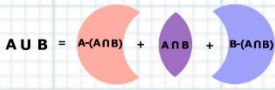
O pravdepodobnosti Teória- Príklady Triedy Sign in

V prípade  $A \cap B$ , a  $A \cup B$  je situácia komplikovanejšia tým, že počet prvkov  $A \cap B$ , a  $A \cup B$  nie je určený počtom prvkov množín A, B.

Načrtnime si množiny A a B:



Z obrázku si vieme zapísať, že pre zjednotenie platí:



$$A \cup B = A - (A \cap B) + A \cap B + B - (A \cap B)$$

$$|A \cup B| = (|A| - |A \cap B|) + |A \cap B| + (|B| - |A \cap B|) = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Z výslednej rovnice si potom vieme odvodiť aj výpočet prieniku dvoch množín:

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

Späť Pokračovať

Vytvorila Zuzana Majeriková ako bakalársku prácu.

Obr. 13 Teória

Druhým typom stránky teórie o pravdepodobnosti je stránka, ktorá používateľovi vysvetľuje riešenie niektorého z príkladov, ktoré sa nachádzajú v publikácii. Takáto stránka pozostáva z troch základných častí. Prvou je zadanie konkrétneho príkladu na danej stránke. Druhou časťou je riešenie takéhoto príkladu. Riešenie príkladu pozostáva buď z textového pola, ktoré vysvetľuje riešenie daného príkladu, alebo je tu riešenie vyhotovené pomocou interaktívnych prvkov, vďaka ktorým môže používateľ sám prísť na niektoré časti z riešenia, ktoré sa následne doplnia k do výsledku riešenia toho príkladu.

O pravdepodobnosti Teória- Príklady Triedy Sign in

**ZADANIE PRÍKLADU**

**Príklad 1.3.**  
Do stanice vchádza vlak s dvanástimi voňami. Nastupuje doňho 7 cestujúcich. Aká je pravdepodobnosť toho, že všetci siedmi pocestujú v rôznych vagónoch? (t. j. v žiadnom vagóne nepocestuje viac ako jeden z nich)

**RIEŠENIE PRÍKLADU**

Rozmiestnite všetkých cestujúcich tak, aby všetci cestujúci sedeli v rôznych vagónoch.

možnosti	možnosti	možnosti	možnosti	možnosti	možnosti	možnosti
1. cestuj.	2. cestuj.	3. cestuj.	4. cestuj.	5. cestuj.	6. cestuj.	7. cestuj.
12	11					

Ostalo nám už len 10 voľných vozňov a dva obsadené. Tretí cestujúci chce nastúpiť do vlaku. Do koľkých rôznych vagónov môže nastúpiť aby neporušil podmienku, že všetci cestujúci musia sedieť v rôznych vagónoch:

Späť Pokračovať

Vytvorila Zuzana Majeriková ako bakalársku prácu.

Obr. 14 Teória – príklad

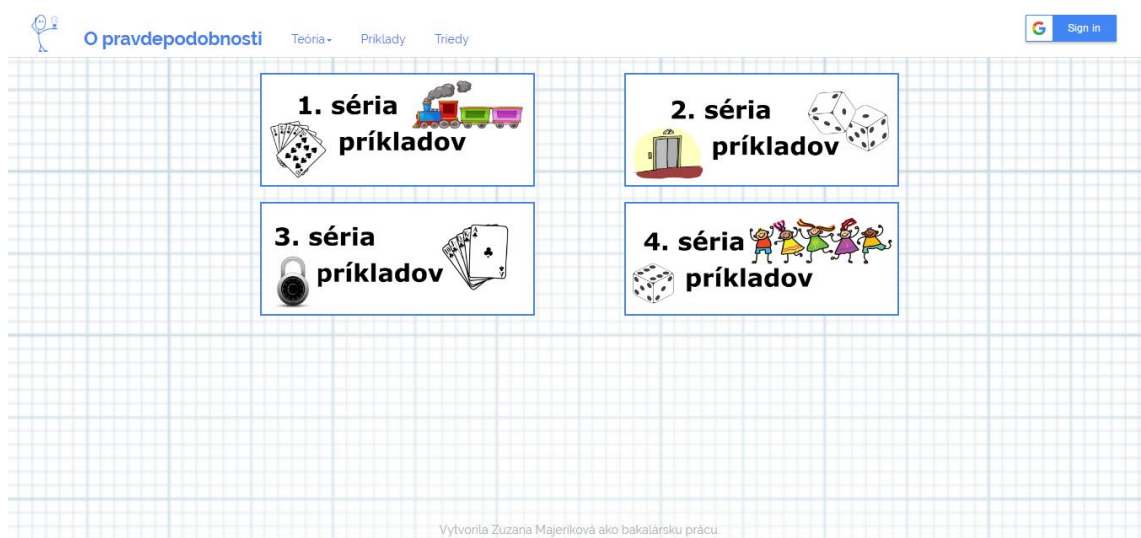
Stránky z teórie zameranej na kombinatoriku sa už nedelia na dva rôzne typy stránok. Všetky stránky sú vytvorené rovnako, čiže presne citujú text, ktorý sa nachádza



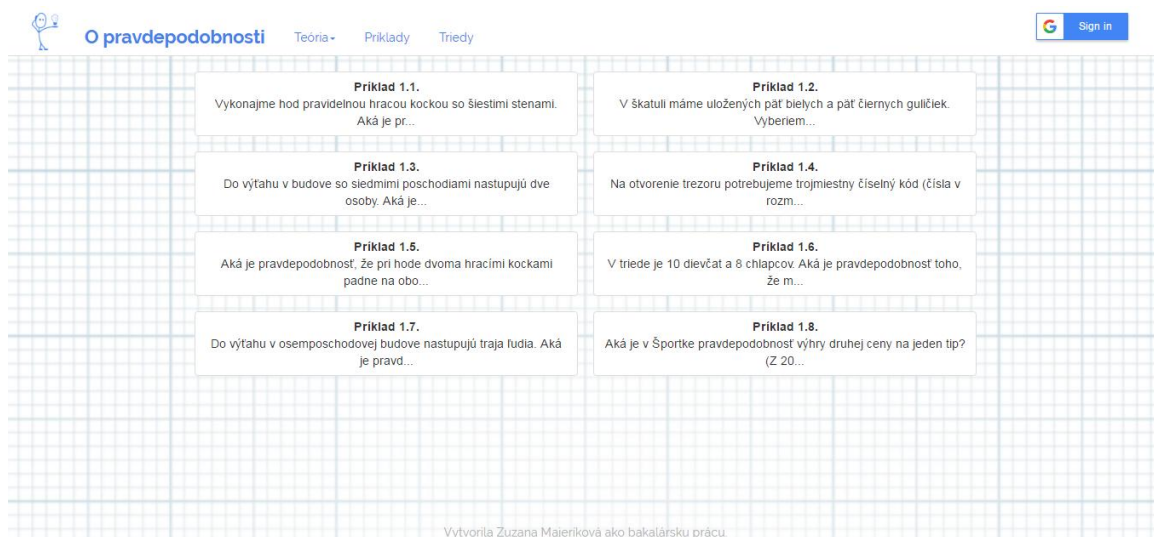
v publikácii, ktorú táto bakalárska práca spracováva. Text je doplnený aj o konkrétne obrázky, ktoré sa rovnako nachádzajú v publikácii.

### 4.3.3 Príklady

V úvode príkladov má používateľ na výber jednu zo štyroch sérií príkladov. Každá séria obsahuje práve osem rôznych príkladov. Čiže celá aplikácia obsahuje presne tridsaťdva rôznych príkladov, kde v jednej sérii sú príklady s inou náročnosťou ako príklady v inej sérii.



Obr. 15 Príklady – štyri série príkladov



Obr. 16 Príklady – príklady prvej série

Aplikácia obsahuje presne tri typy objektov, ktoré sa používajú na riešenie jednotlivých príkladov. Prvým sú objekt pre udalosti reprezentované množinou vymenovaných prípadov, ktoré môžu nastať. Takáto udalosť je reprezentovaná aj popisom, ktorý vysvetľuje, z akých prípadov daná udalosť pozostáva. Ďalej je reprezentovaná jej označením (názvom množiny, napr. F), ktoré je špecifické pre danú udalosť a ešte je definovaná jej konkrétnym výpisom.

padne číslo 1 alebo padne číslo 2

$$F = \{ 1, 2 \}$$

Obr. 17 Objekt reprezentujúci udalosťou definovanú vymenovaním prípadov

Druhým typom objektu je udalosť, ktorá je definovaná počtom prvkov, ktoré sa v nej nachádzajú. Takáto udalosť je reprezentovaná ľubovoľným výpočtom kombinatoriky, ktorej výsledok reprezentuje počet prvkov v danej udalosti. Tento typ udalosti je reprezentovaný popisom, ktorý označuje prípady, ktoré patria do udalosti a taktiež je reprezentovaná označením, ktoré je vytvorené na základe toho, aký typ kombinatoriky s akými parametrami reprezentuje počet prvkov udalosti.

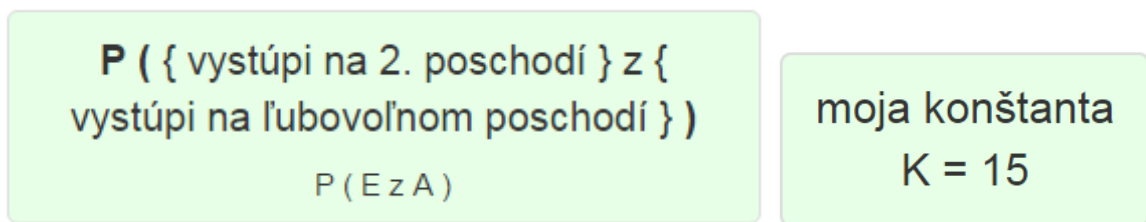
počet výberov 2 osôb z 3 ľudí

$$C_2(3)$$

Obr. 18 Objekt reprezentovaný počtom prvkov udalosti

Tretím typom objektu už nie je udalosť ale je to konkrétne číslo, ktoré buď vyjadruje nejakú pravdepodobnosť alebo slúži ako konštanta. Toto číslo si môže používateľ sám vytvoriť keď ho potrebuje na riešenie niektorého z príkladov alebo toto číslo môže vzniknúť z už existujúcich objektov, na ktoré bude použitý niektorý z nástrojov. Takéto číslo je reprezentované tiež popisom, ktorý popisuje čo konkrétne dané číslo reprezentuje. Rovnako je číslo reprezentované aj označením, ktoré je buď špeciálne pre dané číslo, alebo ak číslo vzniklo z viacerých iných objektov je toto označenie spojením

označení objektov, z ktorých toto číslo vzniklo a tieto označenia sú prepojené označením funkcionality nástroja, ktorý bol na ich skonštruovanie použitý.



Obr. 19 Objekty reprezentované číslom

Každý príklad pozostáva zo štyroch základných komponentov. Prvým komponentom je zadanie príkladu, v ktorom sa nachádza zadanie takého príkladu, ktorý sa práve rieši. Druhým komponentom sú nástroje. Ak je na ploche umiestnený jeden z typov objektov, ktoré v aplikácii existujú, tieto nástroje môžu tento objekt zmeniť. Ak myšou používateľ ukáže na určitý nástroj, zobrazí sa mu návod, na použitie daného nástroja. Tretím komponentom je plocha. Na plochu môže používateľ pridávať objekty, vymazávať ich, alebo ich upravovať a spájať použitím nástrojov. Po premiestnení komponentu na plochu do pravého horného rohu, sa daný komponent celý vymaže z plochy natrvalo. V dolnej časti plochy je výpis, ktorý používateľovi pomáha s tým, na čo má najbližšie kliknúť po použití nástroja a kedy zvolil správny alebo naopak nesprávny výsledok. Posledným komponentom sú už dopredu vytvorené objekty k danému príkladu, ktoré má každý príklad už dopredu vygenerované. Taktiež tu je odkaz na vytvorenie novej udalosti, kde si môže používateľ vytvoriť vlastný objekt ak nevie vypočítať príklad s už predvolenými objektmi.

Obr. 20 Komponenty príkladu

V aplikácii poznáme tri typy objektov, ktoré sú farebne rozlíšené. Nástroje sú rozdelené podľa objektov, na ktoré sa používajú. Prvým typom objektov sú klasické udalosti reprezentované konkrétnou množinou prvkov, ktoré sa udejú. Pre tieto objekty existujú v aplikácii tri nástroje, ktoré sa výhradne používajú len na tento typ objektov. Je to nástroj reprezentujúci **zjednotenie**, ktorý zjednotí dva objekty z tohto typu vytvorené na ploche. Druhým nástrojom je **prienik**, ktorý funguje rovnako ako zjednotenie, čiže vytvorí prieniak dvoch udalostí s vymenovaním prípadov do jedného objektu. Tretím nástrojom, ktorý sa používa na tieto objekty, je nástroj pre výpočet **karteziánskeho súčinu**. Tento nástroj sa používa v prípade, kedy majú dve udalosti nastať súčasne.

Objekty, ktoré sú reprezentované počtom prvkov v danej množine, majú inú súpravu nástrojov, ktoré sa dajú na ne použiť. Prvým takýmto nástrojom je **disjunkcia**, ktorá zjednotí tieto dva počty prvkov udalosti do jedného objektu. Predpokladáme, že tieto dve udalosti sú navzájom nezávislé, čiže množiny prípadov sú disjunktné z množinového hľadiska. Druhým nástrojom je **konjunkcia**, ktorá vypočíta počet prípadov pre dve udalosti, reprezentované počtom ich prvkov, ktoré nastávajú súčasne a sú nezávislé.

Objekty reprezentujúce pravdepodobnosť (teda číslo 0–1) majú presne štyri rôzne nástroje, ktoré sa dajú na ne použiť. Medzi tieto nástroje patrí opäť zjednotenie a prieniak. Tieto nástroje fungujú na rovnakom princípe ako v predchádzajúcich prípadoch. Nástroj na **zjednotenie** vypočíta výsledok, kedy nastane jeden prípad reprezentovaný číslom alebo nastane druhý prípad reprezentovaný číslom, kde tieto prípady sú navzájom nezávislé, čiže

zodpovedajúce množiny prípadov sú disjunktné. Potom nástroj na **prienik** rovnako vypočíta výsledok, kedy nastane prvý prípad reprezentovaný jeho pravdepodobnosťou a zároveň nastane druhý prípad reprezentovaný svojou pravdepodobnosťou. Tretím nástrojom je **pravdepodobnosť doplnkovej udalosti**. Tento nástroj funguje tak, že od hodnoty pravdepodobnosti univerza, čo je hodnota jedna, odpočíta pravdepodobnosť danej udalosti. Štvrtým nástrojom je nástroj s názvom **výsledok**. Tento nástroj používa používateľ na kontrolu správnosti pravdepodobnosti, ktorú vypočítal. Ak je daná pravdepodobnosť správna, objekt sa prefarbí na inú farbu, ktorá reprezentuje všetky správne výsledky. Úlohou používateľa v každom príklade je vypočítať pravdepodobnosť, preto sa tento nástroj v aplikuje len na tento typ objektov.

V aplikácii sú v konečnom dôsledku vytvorené tri nástroje s veľmi podobnou funkcionalitou a to so zjednotením a podobne tu sú vytvorené ďalšie tri nástroje s tiež veľmi podobnou funkcionalitou a to s prienikom. Tieto nástroje musia byť rozlíšené, aby používateľ vedel presne ktorý nástroj môže kombinovať s ktorým typom objektu vytvoreného na ploche a aj preto, že majú odlišné predpoklady: zjednotenie množín nepredpokladá, že sú disjunktné, ale v prípade kombinatorických a pravdepodobnostných udalostí áno. Univerzálnejším nástrojom, ktorý nemá len jeden určitý typ objektu, na ktorý môže byť použitý, je nástroj s názvom pravdepodobnosť. Musí ale kombinovať objekty rovnakého typu a to buď kombinatorické alebo množinové. Tento nástroj vypočíta pravdepodobnosť pomerom všetkých priaznivých výsledkov pokusu ku všetkým rôznym výsledkom pokusu.

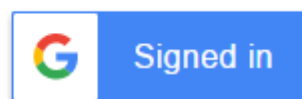
V dolnej časti konkrétneho príkladu sú vypísané všetky objekty, ktoré sú predvolené pre daný príklad. Tieto objekty môže používateľ chytiť a premiestniť na plochu a ďalej s nimi narábať. Rovnako si môže používateľ vytvoriť vlastný objekt v časti **vytvor novú udalosť**. Tu si môže používateľ zvoliť typ objektu, ktorý chce vytvoriť, čiže buď udalosť reprezentovanú množinou, v ktorej sú konkrétne prvky, udalosť reprezentovanú počtom prvkov, ktoré sú vypočítané na základe kombinatoriky, alebo číslo, ktoré charakterizuje tiež konkrétnu udalosť. Pre každý takýto novovytvorený objekt musí používateľ vyplniť formulár, kde definuje popis udalosti, ktorý si sám zvolí a ktorý definuje jeho slovami, čo daná udalosť reprezentuje. Rovnako si definuje aj označenie udalosti a potom zadá ostatné parametre pre daný typ udalosti a tá udalosť sa vytvorí do aplikácie.

Obr. 21 Vytvorenie novej udalosti

#### 4.3.4 Prihlásenie do aplikácie

Používateľ sa môže prihlásiť do aplikácie stlačením odkazu s nápisom Sign in, ktorý sa nachádza v pravom hornom rohu v navigácii. Po stlačení tohto odkazu sa používateľovi otvorí nová stránka, ktorá mu umožní vyplniť svoje prihlasovacie údaje do jeho Google účtu a s nimi sa prihlásiť do aplikácie, alebo si vytvoriť úplne nový Google účet, s ktorým sa prihlási do aplikácie. Ak bol používateľ už v minulosti prihlásený do aplikácie, všetky príklady ktoré v minulosti riešil, sa mu načítajú späť do pôvodného rozloženia. Prihlásený používateľ bude mať tiež možnosť pridávať sa do tried, odoberať sa z tried, v ktorých je už pridaný, vytvárať nové triedy a vymazávať tie triedy, ktoré sám vytvoril.

Ste prihlásený ako  
Zuzana Majeriková



Obr. 22 Prihlásený používateľ

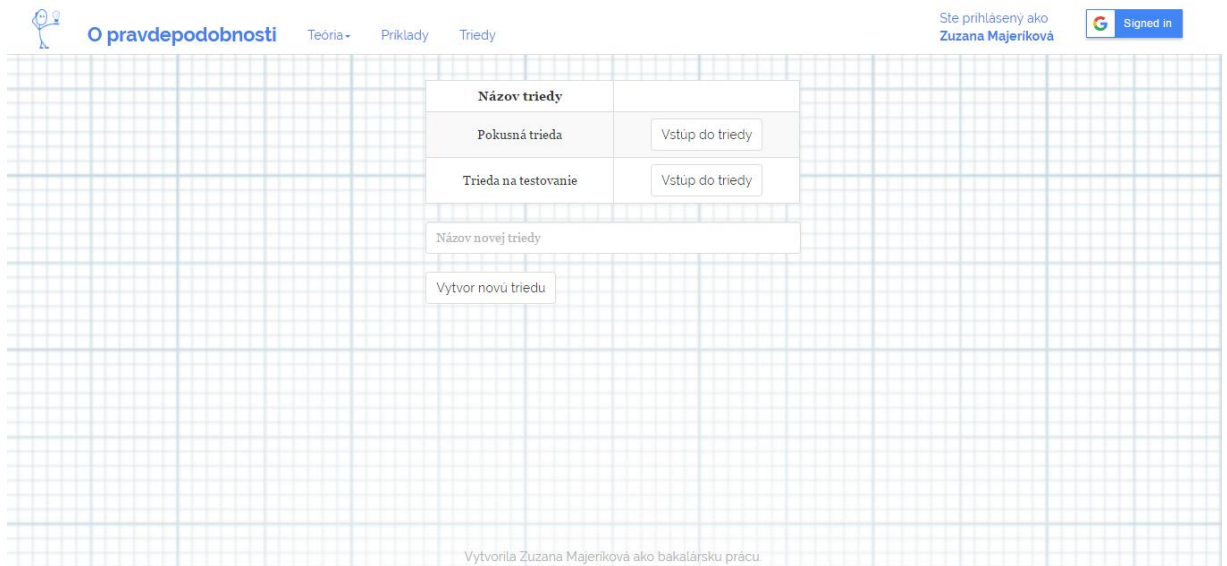
### 4.3.5 Triedy

Ak je používateľ prihlásený, v časti triedy sa mu zobrazia v tabuľke vypísané všetky už existujúce triedy. Každá trieda bude v tabuľke reprezentovaná jej jedinečným názvom. Druhým parametrom v tabuľke, ktorý bude mať každá trieda je parameter, ktorý odkazuje na vstúpenie do danej triedy. Pod tabuľkou sa nachádza malý formulár, ktorý slúži na vytvorenie novej triedy. V tomto formulári musí prihlásený používateľ vyplniť iba meno novej triedy, ktorú chce vytvoriť. Ak už trieda s rovnakým menom v aplikácii existuje, používateľovi sa nepodarí vytvoriť triedu. Ak má trieda jedinečný názov, čiže žiadna iná trieda v aplikácii nemá rovnaký názov ako novo vytváraná, tak po stlačení odkazu Vytvor novú triedu, sa daná trieda vytvorí. Nová trieda sa pridá do tabuľky medzi ostatné triedy z aplikácie a vedľa jej názvu sa vytvorí aj odkaz na vstúpenie do nej.

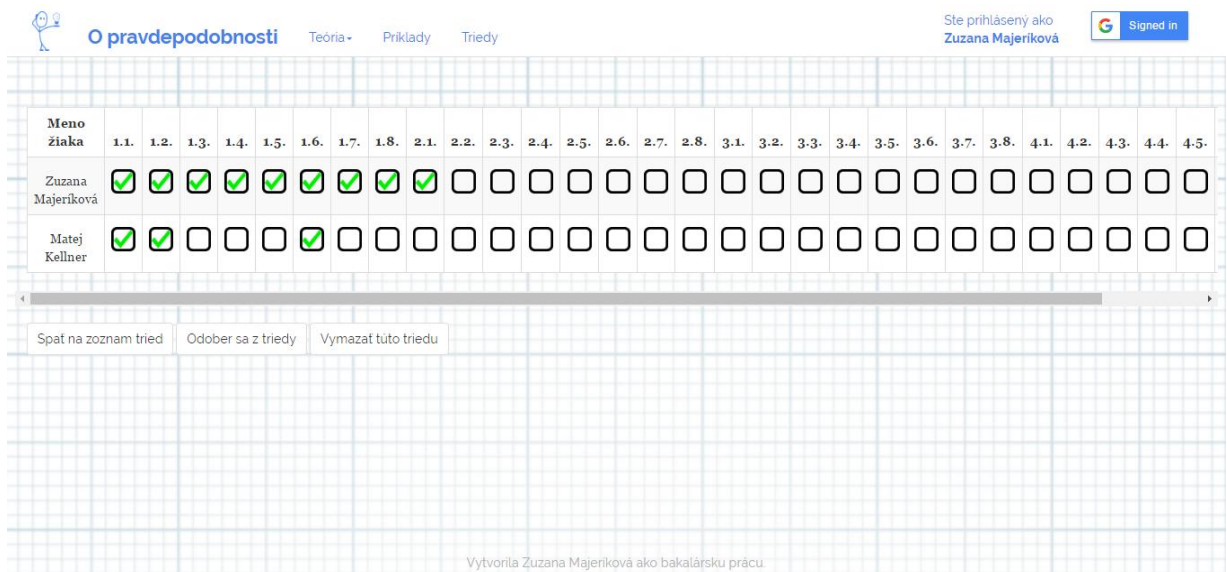
Vstúpiť sa dá do ľubovoľnej triedy, ktorá je v aplikácii vytvorená kliknutím na odkaz nachádzajúci sa vedľa mena danej triedy v tabuľke. Po stlačení tohto odkazu sa používateľovi skryje celá tabuľka tried a rovnako aj formulár na vytváranie tried a zobrazí sa mu nová tabuľka. V tejto novej tabuľke už nebudú uložené jednotlivé triedy, ale budú tu zobrazení všetci používatelia, ktorí sa do tabuľky pridali. Títo používatelia budú pod sebou v tabuľke, a každý z nich bude mať ku svojmu menu, ktoré ho v tabuľke reprezentuje, pridaných tridsaťdva prvkov. Tieto prvky budú reprezentovať jednotlivé príklady, ktoré používateľ má možnosť riešiť v aplikácii. Tie príklady, ktoré používateľ už úspešne vyriešil budú označené ako splnené, a tie ktoré ešte buď neriešil alebo nevyriešil ich správne budú označené ako nesplnené.

Ak sa používateľ nachádza v triede, ktorú sám nevytvoril, zobrazia sa mu pod tabuľku všetkých pridaných používateľov v triede dva odkazy. Prvým je Späť na zoznam tried. Po stlačení tohto odkazu používateľ vráti späť do zoznamu, kde sú vypísané všetky triedy z aplikácie. Ak používateľ nie je pridaný do danej triedy, druhým odkazom, čo sa mu zobrazí, bude odkaz Pridaj sa do triedy. Po stlačení tohto odkazu sa práve prihlásený používateľ pridá do tabuľky pridaných používateľov pre danú triedu. Rovnako sa mu vytvoria aj prvky pre jednotlivé príklady z aplikácie, a ak niektoré z príkladov správne vyriešil, označia sa mu ako splnené, a ostatné príklady zostanú označené ako nesplnené. Ak je používateľ v danej triede pridaný, tak sa mu zobrazí namiesto odkazu Pridaj sa do triedy odkaz Odober sa z triedy. Po stlačení tohto odkazu sa daný používateľ odober z triedy, v ktorej sa momentálne nachádza, čiže sa už viac nebude zobrazovať v tabuľke pridaných používateľov. Ak sa používateľ nachádza v triede, ktorú sám vytvoril, zobrazí sa

mu pod tabuľkou aj tretí odkaz. Tento odkaz sa bude nazývať Vymazať túto triedu, a po jeho stlačení sa daná trieda vymaže z aplikácie.



Obr. 23 Triedy



Obr. 24 Používatelia pridaní do konkrétnej triedy

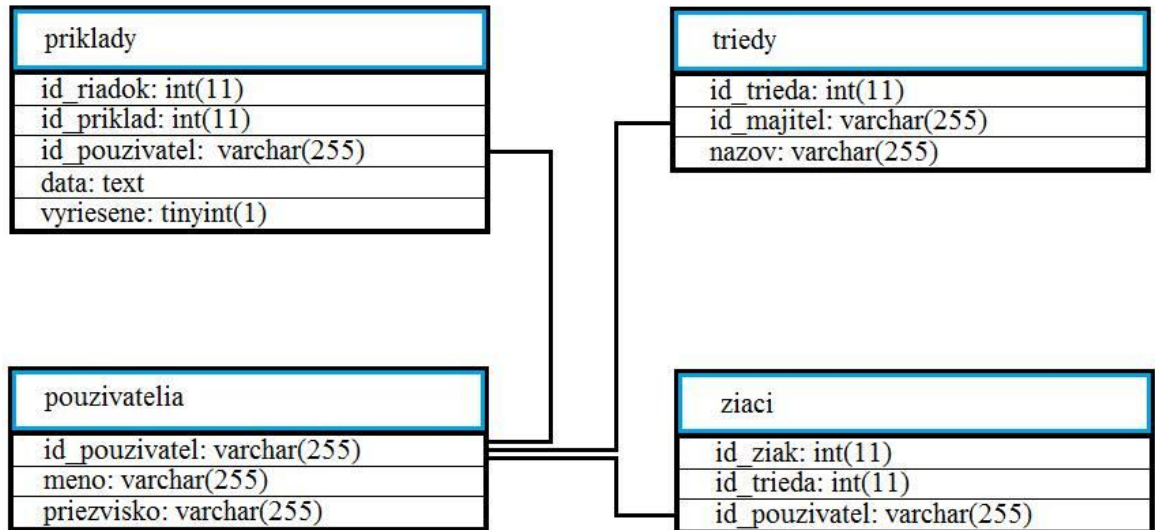
## 4.2 Návrh dátového modelu

Dátový model popisuje štruktúru a celý formát návrhu databázy. Taktiež zachytáva jednotlivé vzťahy medzi komponentmi vo vytvorených tabuľkách.

Po prihlásení do aplikácie sa používateľovi načítajú všetky jeho riešenia príkladov, ktoré už v minulosti riešil. Taktiež sa mu do jednotlivých tried, v ktorých je pridaný,



načítajú všetky príklady, ktoré už úspešne vyriešil. Načítanie sa uskutoční z databázy MySQL, v ktorej sú vytvorené práve štyri tabuľky.



Obr. 25 Dátový model

#### 4.4.1 Tabuľka pouzivatelja

V tabuľke *pouzivatelia* sa ukladajú všetci používatelia, ktorí sa prihlásia do aplikácie cez Google prihlásenie. Táto tabuľka obsahuje tri základné parametre. Prvým je *id\_pouzivatel*, ktoré uchováva jedinečné id používateľa. Druhým parametrom je meno, v ktorom je uložené krstné meno používateľa a tretím je priezvisko v ktorom je uložené priezvisko používateľa. Oba tieto parametre sú získané cez Google účet používateľa.

#### 4.4.1 Tabuľka priklady

Tabuľka *priklady* obsahuje jednotlivé príklady, ktoré boli v aplikácii kedy vyrátané spolu so záznamom užívateľa, ktorý daný príklad ráta. Táto tabuľka obsahuje presne päť parametrov. Prvým je *id\_riadok*. Tento parameter slúži ako identifikačné číslo, ktoré sa generuje v tabuľke, a žiadny riadok preto nemá rovnaké číslo ako iný riadok.

Druhým parametrom je *id\_priklad*, ktorý reprezentuje konkrétny príklad z aplikácie. V aplikácii sa nachádzajú štyri série po ôsmich príkladoch. Každého príkladu identifikačné číslo sa skladá z dvoch čísiel. Prvá reprezentuje sériu z ktorej príklad pochádza. Série sú reprezentované číslami z intervalu jedna až štyri. Druhá cifra je poradové číslo príkladu

z danej série. V každej sérii sú jednotlivé príklady očíslované podľa postupnosti číslami z intervalu nula až sedem.

Tretím parametrom v tabuľke je parameter *id\_pouzivatel*, ktoré rovnako ako v tabuľke *pouzivatelia* uchováva jedinečné identifikačné číslo daného používateľa. Štvrtým parametrom sú *data*. Tento parameter je špeciálnym typom. Je to súbor typu json zakódovaný do textu. Tento parameter obsahuje zakódovaných päť polí. Prvé tri polia sa nazývajú *cisla*, *udalosti* a *kombinatorika*. V nich sú uložené všetky objekty, ku ktorým sú zapamätané ich presné hodnoty, ich popis a ich označenie. Sú to tie objekty, ktoré používateľ vytvoril v danom príklade, alebo ktoré sa načítali z predvolených objektov pre daný príklad. Ďalším polom je *pole*, v ktorom sú uložené všetky objekty, ktoré používateľ pridal na plochu. V tomto poli sa ukladajú zas jednotlivé pozície objektov na ploche a ich presná textová reprezentácia. Posledným polom uloženým v parametri *data* je pole reprezentujúce tie objekty, ktoré používateľ sám vytvoril ako nové, a pridal ich k ostatným predvoleným objektom.

Posledným parametrom je parameter *vyriesene*, ktorý reprezentuje, či daný príklad niekde na ploche obsahuje správne riešenie. Neskôr sa tento parameter využíva v pridávaní používateľov do tried, kde sa všetkým používateľom v danej triede vypisujú konkrétne príklady, rozlíšené práve tým, ktoré z nich sú vyrátané a ktoré nie.

#### 4.4.1 Tabuľka triedy

V tabuľke *triedy* sa nachádzajú tri parametre. Prvým je *id\_trieda*. Tento parameter je jedinečným číslom, reprezentujúcim konkrétnu triedu. Toto číslo sa generuje každej triede pri jej vytváraní a žiadna trieda teda nemá rovnaké číslo ako iná. Druhým parametrom je *id\_majitel*. Je to jedinečné identifikačné číslo majiteľa ktorý danú triedu vytvoril. Slúži na rozoznanie majiteľa danej triedy keď do nej vstúpi, lebo majiteľ má ako jediný používateľ práva na vymazanie triedy z aplikácie a aj z databázy. Posledným parametrom je *nazov*, ktorý reprezentuje názov danej triedy. Tento parameter je tiež jedinečný, čiže žiadne dve triedy vytvorené v aplikácii nemôžu mať rovnaký názov.

#### 4.4.1 Tabuľka ziaci

Do tejto tabuľky sa ukladajú tí používatelia, ktorý sa pridali do jednej z tried vytvorených v aplikácii. Táto tabuľka obsahuje parameter *id\_ziak*. Je to identifikačné používateľa, ktorý sa pridal do práve existujúcej tabuľky. Toto číslo sa každému

používateľovi samostatne vygeneruje, a každý používateľ má iné číslo ako iný, už existujúci. Ďalším parametrom je *id\_trieda*, ktoré je jedno z čísel z tabuľky triedy, ktoré reprezentuje jednu konkrétnu existujúcu triedu, do ktorej je daný používateľ pridaný. Posledným parametrom je *id\_pouzivatel*, čo je jedinečné identifikačné číslo používateľa. Toto číslo je totožné s číslom *id\_pouzivatel* z tabuľky *pouzivatelia* a tiež s parametrom *id\_pouzivatel* z triedy *priklady*. Ak nastane v aplikácii vymazanie triedy v ktorej sú používatelia, konkrétna trieda sa vymaže z databázy a rovnako sa vymažú aj všetci používatelia z tabuľky *ziaci*, ktorý patrili do práve vymazanej triedy.

## 5 Implementácia

V kapitole implementácia je uvedených niekoľko problémov, ktoré nastali pri implementácii návrhu aplikácie.

### 5.1 Implementácia tried cez node.js

V pôvodnom návrhu mala byť implementácia vytvárania tried a ich prezeranie skonštruovaná pomocou node.js. Pri vytvorení triedy sa mal spustiť nový kanál, ktorý by čakal na porte, a používatelia, ktorí by sa do danej triedy pridali, by pri vyriešení príkladu posielali na tento kanál informáciu, ktorý príklad bol ktorým užívateľom práve vyriešený. Týmto by sa zoznam používateľov aktualizoval vždy, keď by prišlo k zmene. Pri tomto riešení by ale mohol nastať prípad, že by používatelia vytvorili príliš veľa tried, ktoré by čakali na portoch a veľké množstvo žiakov by im posielalo informácie na kanál, čím by sa zvýšila odozva a preťažil by sa server.

Nakoniec som riešenie pomocou node.js neuskutočnila a namiesto toho som zvolila jednoduchšiu alternatívu. Vytváranie tried sa realizuje cez databázu. Ak je používateľ v niektorej z tried, v intervale v rozmedzí troch sekúnd si aplikácia pýta aktualizované informácie o všetkých používateľoch v danej triede.

Nasleduje ukážka kódu ako funguje aktualizovanie údajov v triede, ktorú má prihlásený používateľ otvorenú.

```
if (isset($_SESSION["pouzivatel"]) &&
isset($_POST["id_trieda"])){
    if($link = mysqli_connect('localhost',
'pravdepodobnost', 'MontyHallProblem', 'pravdepodobnost')) {
        if ($result = mysqli_query($link,"SELECT * FROM
ziaci INNER JOIN pouzivatelja ON ziaci.id_pouzivatel =
pouzivatelja.id_pouzivatel WHERE ziaci.id_trieda =
".mysqli_real_escape_string($link,$_POST["id_trieda"]))) {
            $ziaci = array();
            $je_v_zozname = false;
            while ($row=mysqli_fetch_assoc($result)){
                $result2 = mysqli_query($link, "SELECT
id_priklad FROM priklady WHERE id_pouzivatel =
```

```

'".mysqli_real_escape_string($link,$row["id_pouzivatel"])."
AND vyriesene = 1");
        $row["vyriesene"] = array();
        while
($row2=mysqli_fetch_assoc($result2)){

        array_push($row["vyriesene"],$row2["id_priklad"]);
        }
        if ($row["id_pouzivatel"] ==
$_SESSION["pouzivatel"]["id"]){
            $je_v_zozname = true;
        }
        array_push($ziaci, $row);
    }
    $uzivatel = $_SESSION["pouzivatel"]["id"];
    echo
json_encode(array("ziaci"=>$ziaci,"je_v_zozname"=>$je_v_zozna
me,"uzivatel"=>$uzivatel));
    }
}
}

```

## 6 Testovanie

Testovanie aplikácie prebehlo na piatich študentoch spojenej školy sv. Františka v Bratislave. Pri testovaní si mali žiaci prejsť celú teóriu aby si doplnili znalosti z pravdepodobnosti a kombinatoriky a následne sa mali pokúsiť vyriešiť zopár príkladov. Po otestovaní žiaci dostali krátky dotazník spokojnosti s aplikáciou.

Celé testovanie prebehlo v celku úspešne. Na otázku ako hodnotíš celkový dojem aplikácie odpovedal jeden žiak Super, traja žiaci Pozitívne a jeden Priemerná. Žiaci pozitívne reagovali hlavne na teóriu, ktorá sa im zdala pochopiteľná a taktiež sa im páčila možnosť vytvárania si vlastných udalostí pri riešení príkladov. Riešenie príkladov sa im zdalo byť zo začiatku neprehľadné a chýbali im ešte podrobnejšie popisy funkcií, ale po odskúšaní si riešenia zopár príkladov pochopili postup a vedeli riešiť príklady už samostatne.



Obr. 26 Testovanie aplikácie

## 7 Záver

Cieľom tejto práce bolo navrhnuť a následne implementovať interaktívnu výukovú webovú aplikáciu, ktorá je určená pre žiakov stredných škôl na precvičovanie si počítania príkladov zameraných na výpočet pravdepodobnosti. Aplikácia poskytuje používateľom možnosť naštudovať si teóriu a doplniť znalosti o pravdepodobnosti a kombinatorike, ktoré môžu využiť pri riešení príkladov. Následne si môžu používatelia na sérii príkladov otestovať svoje zručnosti a lepšie pochopiť celú problematiku, čím si trénujú svoje schopnosti myslenia v matematike. Učiteľ si môže vytvoriť vlastnú triedu, do ktorej sa pridajú jeho žiaci a on tak môže sledovať ako postupujú s riešením príkladov.

Aplikácia splnila cieľ práce. Podarilo sa implementovať celý návrh aplikácie a celá aplikácia funguje stanovených požiadaviek v špecifikácii. Testovanie na študentoch strednej školy prebehlo tiež úspešne.

Táto aplikácia sa zaoberá riešením príkladov zdola na hor. Čiže používateľ dostane zadanie príkladu a množinu udalostí, z ktorých vie postupne zložiť riešenie pre daný príklad. Ďalšou možnosťou riešenia príkladu, ktorá by mohla byť implementovaná pri rozširovaní aplikácie by mohlo byť vytvorenie riešenia príkladu zhora na dol. Čiže používateľ by si mohol zadanie príkladu dať do nejakej udalosti, ktorú by ešte konkrétne nevedel vypočítať. Túto udalosť by si následne mohol rozložiť na viaceré menšie udalosti, ktoré by svojim spojením vytvorili hlavnú udalosť. Ak by tieto menšie udalosti používateľ vedel vypočítať, doplnil by ich a tie by sa doplnili do hlavnej udalosti a vypočítal by sa výsledok príkladu. Ak by používateľ nevedel tieto menšie udalosti ešte presne určiť, mohol by aj tieto rozložiť na menšie udalosti. Takto by mohol systémom zhora na dol rozložiť celú hlavnú udalosť na malé časti, ktoré by už vedel sám určiť, a ktoré by určili výsledok samotnej hlavnej udalosti. Takýmto riešením pridaným do aplikácie by vznikla ďalšia možnosť pre používateľa k dopracovaniu sa výsledku a k lepšiemu pochopeniu pravdepodobnosti, ktorá sa dá riešiť viacerými postupmi.

Ďalšou možnosťou rozšírenia práce by mohlo byť vytvorenie interaktívneho manuálu, ktorý pomôže používateľovi s počítaním príkladov. Podľa výsledkov testovania si každý používateľ najprv musel sám otestovať a prečítať, čo ktorý komponent robí a až potom mohol začať s riešením príkladov. Toto testovanie a spoznávanie aplikácie síce

netrvalo dlho, ale používateľovi by ušetrilo pár minút ak by mal k dispozícii takýto interaktívny manuál, ktorý by s ním prešiel všetky rôzne prvky, ktoré sa dajú použiť pri počítaní príkladov. Takýto manuál však nie je nevyhnutnosťou. So skúseností z testovania vyplýva, že niekedy si používatelia zapamätajú čo robia jednotlivé prvky lepšie, keď si ich sami vyskúšajú.

Táto aplikácia je open-source, čiže jej zdrojový kód sa dá nájsť v prílohe tejto práce. Samotná aplikácia je umiestnená na webe, spustiteľná v bežnom prehliadači na adrese <http://kempelen.ii.fmph.uniba.sk/pravdepodobnost/>, kde je možné si túto aplikáciu vyskúšať.



# Zdroje

- [1] B. Riečan, Z. Riečanová: O pravdepodobnosti, edícia Škola mladých matematikov, zväzok 37, Mladá fronta,1976.
- [2] B.Brestenská a kol.: Klasifikácia a hodnotenie edukačného softvéru, súčasť záverečnej správy o riešení úlohy štátneho výskumu. Využitie IKT technológií a sieťových platforiem novej generácie vo vzdelávaní, Asociácia projektu Infovek, 2005.
- [3] M. Švaralová: Výukový program demonštrujúci matematický princíp, bakalárska práca, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK Bratislava, 2015.
- [4] Jonis M. Výukový program demonštrujúci fyzikálny princíp, bakalárska práca, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK Bratislava, 2015.
- [5] Math Interactives. LearnAlberta.ca portal, Alberta Education, 2003. Dostupné na: <http://www.learnalberta.ca/content/mejhm/> Citované: 14.5.2016
- [6] Khan Academy. Khan Academy. 2016. Dostupné na: <https://www.khanacademy.org/> Citované: 10.4.2016
- [7] IXL learning. IXL learning. 2016 Dostupné na: <https://eu.ixl.com/> Citované: 12.4.2016
- [8] MathIsFun. MathsIsFun.com portal. 2016. Dostupné na: <http://www.mathisfun.com/> Citované: 15.4.2016
- [9] MySQL Tutorial. by www.mysqltutorial.org. 2016. Dostupné na: <http://www.mathisfun.com/> Citované: 15.4.2016
- [10] W3schools JavaScript Tutorial. Refsnes Data. 1999 - 2016 Dostupné na: <http://www.w3schools.com/js/> Citované: 2.2.2016
- [11] Bootstrap. by www.getbootstrap.com. 2016. Dostupné na: [www.getbootstrap.com/](http://www.getbootstrap.com/) Citované: 30.5.2016

- [12] Google Identity Platform. by [www.developers.google.com](http://www.developers.google.com). 2016. Dostupné na: [www.developers.google.com/identity/](http://www.developers.google.com/identity/) Citované: 30.5.2016
- [13] math.js. by [www.mathjs.org](http://www.mathjs.org). 2016. Dostupné na: [www.mathjs.org/](http://www.mathjs.org/) Citované: 30.5.2016

# **Príloha**

Príloha obsahuje zdrojový kód práce a bakalársku prácu vo formáte pdf.